



MTP/VTP Schwingungsanalyse

Armin Rohnen

Hochschule München FK03, Labor für Schwingungstechnik und
Maschinendynamik

January 29, 2025





Inhalt

MTP/VTP
Schwingungs-
analyse

Armin Rohnen

Inhaltsverzeichnis

- ➊ Ablauf
- ➋ Einführung
- ➌ Aufgabenstellung
- ➍ Digitalisierung von Signalen
- ➎ Grundlagen der Fouriertransformation
- ➏ Das Spektrum an Spektren
- ➐ Quellen



Ablauf

Ablauf

Armin Rohnen

- selbständige Vorbereitung der Studierenden anhand der zur Verfügung gestellten Unterlagen und der Fachliteratur
- Sicherheitsunterweisung
- Eingangsprüfung (30% Notenanteil)
- ca. 210 Min Erläuterungen und Versuchsdurchführungen
- Bericht
- Ziel: Kennenlernen der Methode und deren Zielkonflikte
- Abgabefrist: 3 Wochen nach Praktikumstermin



Ablauf - Eingangsprüfung

Ablauf

Armin Rohnen

Vorbereitung anhand der zur Verfügung gestellten Unterlagen und der Fachliteratur auf die Fragestellungen:

- 1.) Was ist der Unterschied zwischen DFT und FFT?
- 2.) Wie ist der Zusammenhang zwischen Frequenz- und Zeitauflösung in der Fouriertransformation?
- 3.) Welche essentielle Annahme liegt der Fouriertransformation zugrunde?



Einführung

Einführung

Armin Rohnen

- Ort: Labor für Maschinendynamik, Raum Bo273
- Uhrzeit:
LRB: Montags 15:15 Uhr
MBB: Dienstags 14:30 Uhr
FAB: Mittwochs 15:15 Uhr
- Rahmenbedingung: Verstöße gegen die Sicherheitsvorschriften des Labors führen zum Ausschluss vom MTP/VTP
- Inhalt: Erfassen von Mustersignalen und Transformation aus der Zeitebene in die Frequenzebene
- Grundlage: Kapitel 14.4 „Signalanalyse im Frequenzbereich“ aus dem Fachbuch Praxis der Schwingungsmessung



- Anhand der erfassten Daten soll der Einfluss

- 1 von Abtastrate
- 2 von Fensterfunktion
- 3 von Frequenzauflösung
- 4 von Spektaldarstellung (S_x , S_{xx} , G_{xx})
- 5 der Sensorposition auf der Struktur

ermittelt und mittels Erklärung und Darstellungen belegt werden.

- Für Datenerfassung wird eine MATLAB®-APP zur Verfügung gestellt.
- Für die Auswertung ist MATLAB® mit der Signalanalyse Toolbox erforderlich



Messkette

Digitalisierung
von Signalen

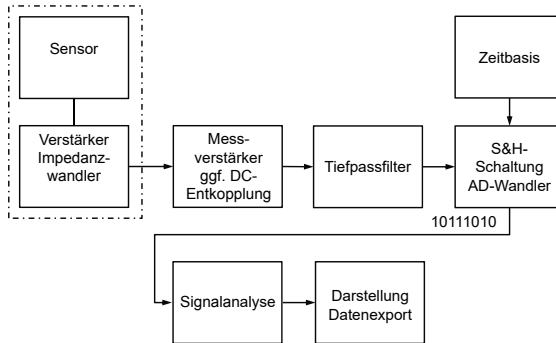
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse





Messkette

Digitalisierung
von Signalen

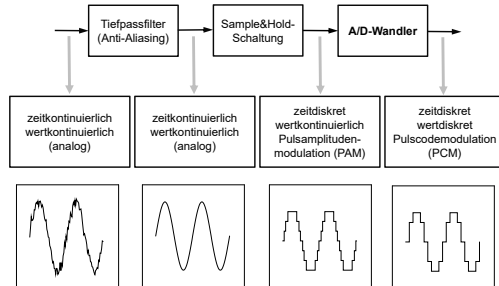
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse





Messkette

Digitalisierung
von Signalen

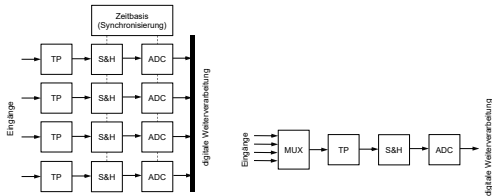
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



(links) Je Kanal ein Verstärker, S&H, AD-Wandler. Dadurch parallel und taktssynchron (abtastsynchron)

(rechts) Multiplexbetrieb: Nacheinander abgetastete Kanäle, preiswerte Messtechnik, Übersprechen und

Phasenversatz zwischen den Kanälen, Abtastrate teilt sich auf die Kanäle auf



Abtasttheorem

Digitalisierung
von Signalen

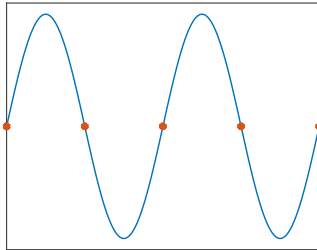
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- (kontinuierliches) analoges Signal in ein digitales Signal umwandeln
- ohne Informationsverlust
- mindestens mit der doppelten Höchsfrequenz abtasten



Aliasing

Digitalisierung
von Signalen

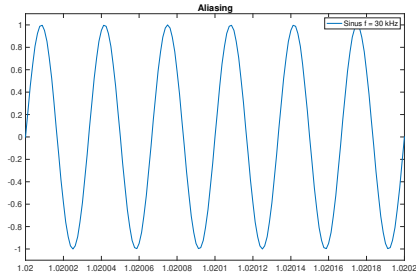
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Sinussignal mit $f = 30 \text{ kHz}$
- Abtastrate $f_s = 80 \text{ kHz}$



Aliasing

Digitalisierung
von Signalen

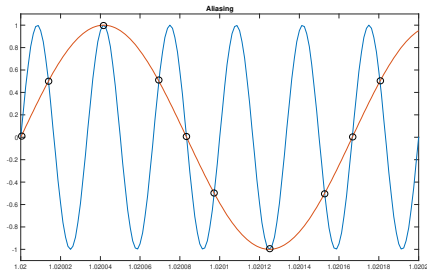
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Sinussignal (blau) mit $f = 30 \text{ kHz}$
- Abtastrate $f_s = 24 \text{ kHz}$
- (scheinbares) Sinussignal (rot) mit $f = 6 \text{ kHz}$



Aliasing

Digitalisierung
von Signalen

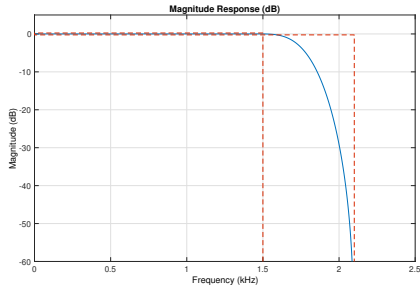
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Tiefpassfilter mit $f_E = f_s/2$
- Grenzfrequenz bei -3 dB Filterwirkung
- filterabhängiger Bereich $f_{max} \dots f_O$ unbrauchbar



Messung von Impulsen

Digitalisierung
von Signalen

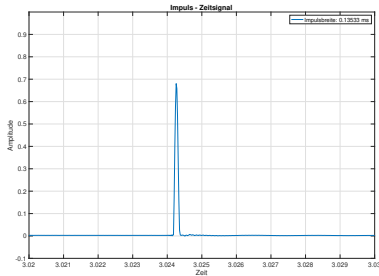
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Impuls - Hammerschlag
- nahe am idealen Impuls, dem Dirac
- Abtastrate $f_s = 51,2 \text{ kHz}$
- ermittelte Impulsbreite $t_{Impact} = 0,13533 \text{ ms}$
- Impulshöhe $U_{Impact} = 680,0767 \text{ mV}$



Messung von Impulsen

Digitalisierung
von Signalen

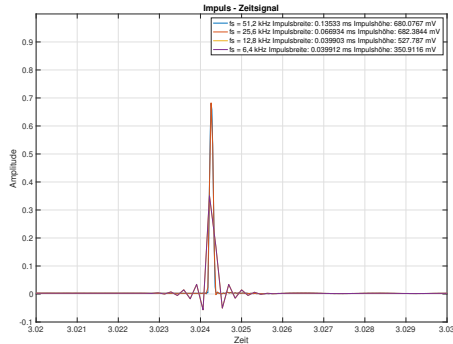
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- niedrige Abtastraten suggerieren kürzere Impulszeiten
- niedrige Abtastraten suggerieren niedrigere Amplituden
- für korrekte Werte hohe Abtastraten erforderlich



Fouriertransformation DFT / FFT

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

$$\underline{X}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

- als diskrete Fouriertransformation (DFT)
- Ableitung als schnelle Fouriertransformation (FFT), dann $N = 2^n$
- Bandbegrenzt und Auflösungsbegrenzt
- N diskrete Messwerte ergeben N diskrete Ergebnisse (Linien) plus Gleichanteil
- Gleichzusetzen mit einem Mittelwert
- Essentielle Annahme:
Jedes Signal lässt sich durch die Kombination phasenversetzter Sinusschwingungen unterschiedlicher Amplitude zusammensetzen
- Gedankenmodell: Approximation von Sinusfunktionen
- nie falsch, aber Ergebnis ist abhängig
 - Daten (signal)
 - Parametrierung



Fouriertransformation DFT / FFT

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

$$\underline{X}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

- Je mehr Messwerte je Periodendauer, desto stabiler die Fouriertransformation
- Signal durch analoges Tiefpassfilter auf den Frequenzbereich $f_s/2$ begrenzen
- Abtastrate zweckmäßig wählen
- Hohe Abtastrate ist vorteilhaft, erzeugt aber hohe Datenmengen
- Vorgehen:
 - Orientierungsmessung mit hoher (höchster) Abtastrate
 - Zeitsignal betrachten (Übersteuerung, Impulse, Schläge, sprunghafte Änderungen)
 - Signalanalyse durchführen
 - Abtastrate an den Bedarf anpassen
 - Höhere Abtastraten bei impulsbehafteten Signalen



Fouriertransformation DFT / FFT

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

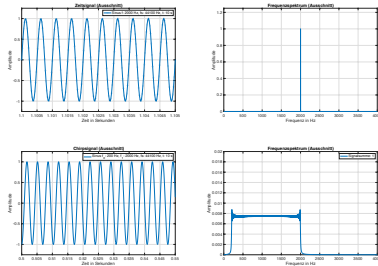
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Heisenbergsche Unschärferelation
komplementäre Eigenschaften sind gleichzeitig nicht beliebig genau bestimmbar
- Signalanalyse ist zu einem Zeitpunkt nicht möglich (Grundgesetz der Nachrichtentechnik [4])
- Lösungen:
 - Signaländerung verringern
 - Parametrierung an Signal anpassen
 - andere Methodik wählen



Leakage

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

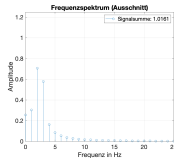
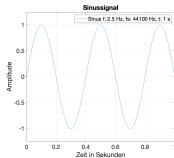
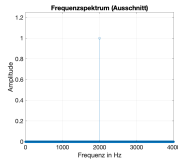
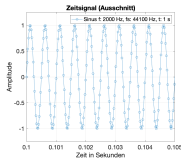
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Sprünge an den (Daten)Fenstergrenzen führen zu Leakage (engl. Leakage) in der Fouriertransformation
- Bedingung:
Signal muss über die Fenstergrenzen hinweg einen kontinuierlichen Verlauf aufweisen



Fensterung

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

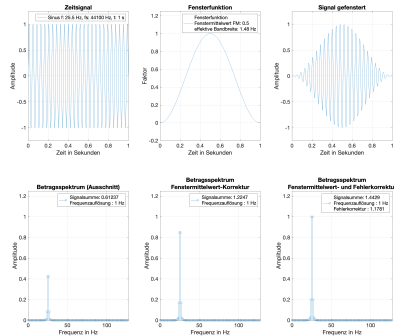
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Das Signal wird durch Fensterung in den kontinuierlichen Verlauf gezwungen
- Fensterung hat Einfluss auf das Amplitudenergebnis der FT
- Vergleichbarkeit von Ergebnissen nur mit gleicher Fensterung möglich
- Nur Rechteck (kein), Hanning und Flattop eindeutige Fensterfunktionen, weil lediglich die Blocklänge als Parameter



Eigenschaften der Fensterung: Fenstermittelwert, Leistungsmittelwert, Bandbreite

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

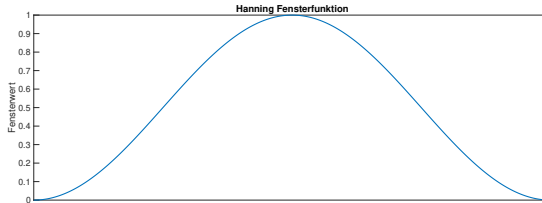
Überlappung

Mittlung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Fenstermittelwert kompensiert den Amplitudenfehler der Fensterfunktion

$$FM = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} w(k)$$

- Fensterung im Zeitbereich kürzt die effektive Fensterdauer und führt im Frequenzbereich zur Erhöhung der effektiven Bandbreite

$$B_{eff} = \frac{PM}{T \cdot FM^2}$$

- mit PM dem Leistungsmittelwert der Fensterfunktion

$$PM = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} w^2(k)$$

- Rechteckfenster $FM = 1$, $PM = 1$ und $B_{eff} = \frac{1}{T} = \Delta f$



Überlappung - Overlap

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

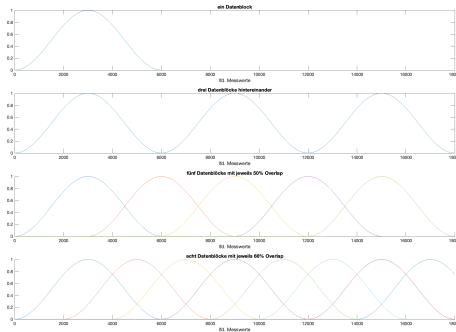
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Durch die Fensterung entstehen in Datenströmen „Analyselücken“
- Übliche Fensterung mit Hanning-Fensterfunktion, 66 2/3 % Überlappung und Mittelung von 3, 5, ... Spektren



Mittlung

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

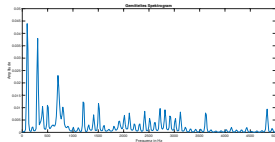
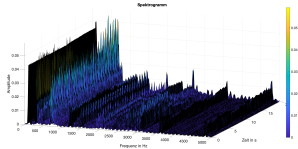
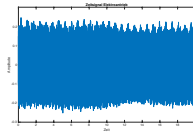
Überlappung

Mittlung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®





Mittlung bei Signaländerung

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

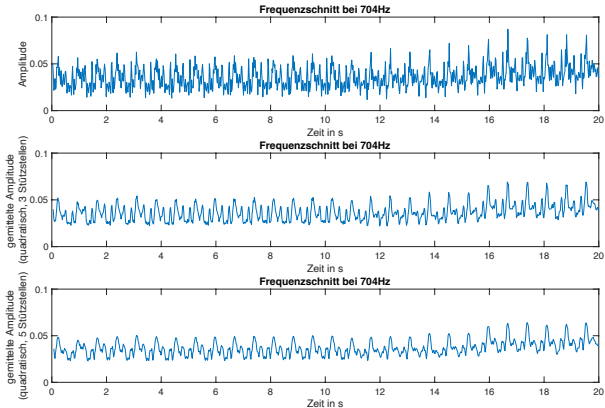
Überlappung

Mittlung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®





Mittelung

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- Linearer Mittelwert

$$\bar{S}_x = \frac{\sum_{\xi=1}^{\xi=n} S_x(\xi)}{n}$$

mean(Sx, 2), 2 gibt die Richtung der Mittelung an (hier Zeilenweise)

- Quadratischer Mittelwert

$$\tilde{S}_x = \sqrt{\frac{\sum_{\xi=1}^{\xi=n} S_x(\xi)^2}{n}}$$

rms(Sx, 2), 2 gibt die Richtung der Mittelung an (hier Zeilenweise)

- Summierung(Mittelung) von Spektrallinien (Frequenzen) zur Pegelbestimmung, Summenbestimmung, Frequenzschnitt, etc.

$$L(f) = \sqrt{\sum_{\xi=f-n \cdot \Delta f}^{\xi=f+n \cdot \Delta f} X(\xi)^2}$$

Amplituden = sqrt(sum(Sx(linie - 1 : linie + 2, :) . ^ 2));



Mittelung

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- Mittelungen von Betragsspektren ($|\underline{S}_x|$), Autopowerspektrum (S_{xx}) und PSD (G_{xx}) sind ohne Einschränkungen möglich

$$\overline{X}(f) = \frac{\sum_{\xi=1}^{\xi=n} |\underline{X}(f, \xi)|}{n}$$

- Mittelungen komplexer Spektren eher nicht möglich

$$\underline{\overline{X}}(f) = \frac{\sum_{\xi=1}^{\xi=n} \underline{X}(f, \xi)}{n}$$

Nur dann sinnvolles Ergebnis, wenn Triggerbedingungen für das Zeitsignal vorlagen z. B. Impulshammerschläge, Messungen mit Bezugsmarke



Amplitudengenauigkeit

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- Lediglich das Rechteckfenster weist keinen Amplitudenfehler auf
- Jede andere Fensterfunktion führt zu einer systematischen Verringerung der Amplitude - dies wird durch die Division mit dem Fenstermittelwert ausgeglichen
- Jede andere Fensterfunktion weist zusätzlich einen (in der Praxis) unsystematischen Fehler auf. Dieser wird üblich nicht ausgeglichen.
- Jede Amplitudenkorrektur führt zur Verfälschung der Signalenergie
- Hanning-Fensterfunktion weist bis 1,424 dB bzw. 17,8 % Amplitudenfehler auf
- Flatop-Fensterfunktion weist bis zu 0,19 dB bzw. 2,2 % Amplitudenfehler auf
- Der Amplitudenfehler ist Abhängig vom Verhältnis der Linienzahl (N), zur Blocklänge (T) und der Phasenlage des zu analysierenden Signals
- In der Praxis ist mit bis zu 2,8 dB bzw. 28 % Amplitudenunterschied zu rechnen
- Gleiche Parametrierung führt zu gleichem Fehler

Wenn alle den gleichen Fehler machen fällt er nicht auf



Parametrierung der Fouriertransformation

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

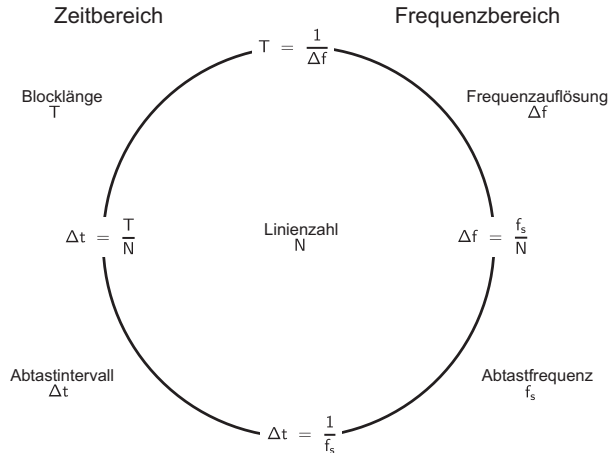
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



und die Fensterfunktion



Praktische Umsetzung in MATLAB®

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- ➊ Messung mit festgelegter Abtastfrequenz (Abtastrate) f_s
- ➋ Festlegung einer sinnvollen Frequenzauflösung (Linienabstand) Δf
- ➌ Berechnung der Linienzahl $N = \frac{f_s}{\Delta f}$
- ➍ Festlegung der Fensterfunktion i.d.R. Hanning
- ➎ Festlegung der Überlappung i.d.R. 2/3
- ➏ Berechnung des Fenstermittelwertes
- ➐ Berechnung des Leistungsmittelwertes
- ➑ Berechnung der Blocklänge $T = \frac{1}{\Delta f}$
- ➒ Bestimmung von B_{eff}
- ➓ Durchführung der Fouriertransformation (Kanalweise!)
- ➑ Berechnung des Spektrums
- ➒ Darstellung



Praktische Umsetzung in MATLAB®

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- ➊ $fs = 48000$; ACHTUNG: Ist meist durch gegebene Messung definiert
- ➋ $df = 4$; Ist zu definieren
- ➌ $N = \text{ceil}(fs/df)$;
- ➍ $w = \text{hann}(N)$;
- ➎ $O = \text{ceil}(2/3 * N)$;
- ➏ $FM = \text{sum}(w)/N$;
- ➐ $PM = \text{sum}(w.^2)/N$;
- ➑ $T = 1/df$;
- ➒ $Beff = PM/(T * FM \wedge 2)$;
- ➓ $[s, f, t] = \text{spectrogram}(data, w, O, N, fs)$;
- ➔ $Sx = 2 * \text{abs}(s/N)/FM$;



Praktische Umsetzung in MATLAB® - 3D Darstellung

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- ➊ `mesh(f, t, Sx')`
- ➋ `colorbar`
- ➌ `title('Betrags — Spektrogramm')`
- ➍ `xlabel('Frequenz in Hz')`
- ➎ `ylabel('Zeit in s')`
- ➏ `zlabel('Amplitude')`
- ➐ `view(15, 30)`
- ➑ `set(gca, 'FontSize', 16)`
- ➒ `axis([X0 X1 Y0 Y1 Z0 Z1])`



Praktische Umsetzung in MATLAB®

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

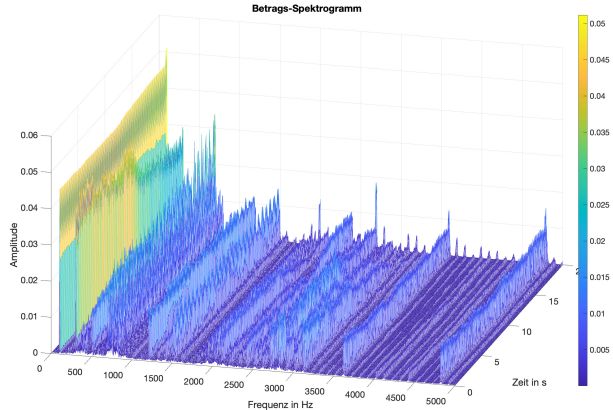
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®





Praktische Umsetzung in MATLAB® - Darstellung XY-Plot

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- ❶ `plot(f, mean(Sx, 2));` alternativ `rms(Sx, 2)`, je nach Vereinbarung
- ❷ `hold on`
- ❸ `plot(f, mean(Sx2, 2));` Vergleichskurve
- ❹ `hold off`
- ❺ `title('Diagrammtitel')`
- ❻ `xlabel('Frequenz in Hz')`
- ❼ `ylabel('Amplitude' in)`
- ❽ `set(gca, 'FontSize', 16)`
- ❾ `axis([X0 X1 Y0 Y1])`
- ❿ `legend('Beschriftung Kurve 1', 'Beschriftung Kurve 2')`
- ⓫ Diagramm als SVG-Datei speichern



Praktische Umsetzung in MATLAB®

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

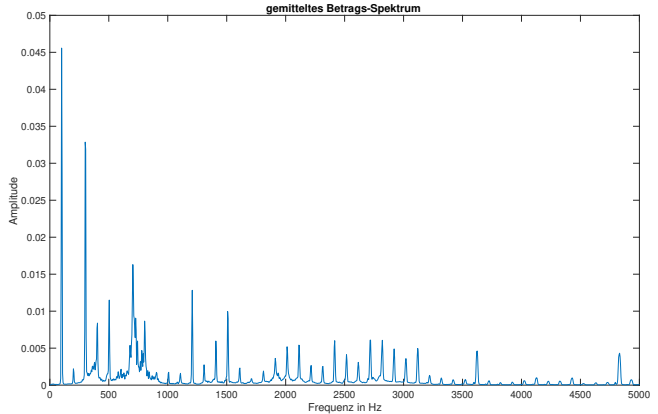
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®





Betragsspektrum S_x

Das Spektrum
an Spektren

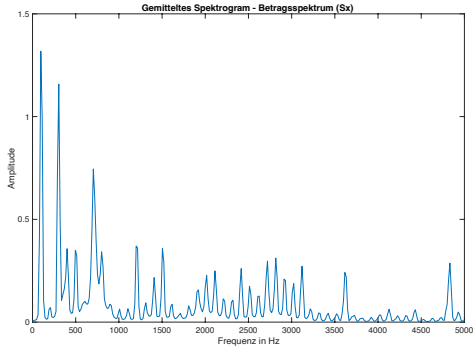
Armin Rohnen

S_x

S_{xx}

G_{xx}

$H(f)$



- Amplitudenwerte in Abhängigkeit der FT-Parametrierung
- $S_x(f) = 2 \cdot \frac{|S(f)|}{N \cdot FM}$
- üblich keine Normierung (Mittelung $\frac{1}{N}$) der Fourierkoeffizienten, keine Korrektur mit Fenstermittelwert und keine Anpassung an das eigentlich zweiseitige Spektrum
- MATLAB®: $S_x = rms(2 * abs(s/N) / FM, 2);$
- Vergleiche mit unterschiedlichen FT-Einstellungen nicht möglich



Autopowerspektrum Sxx

Das Spektrum
an Spektren

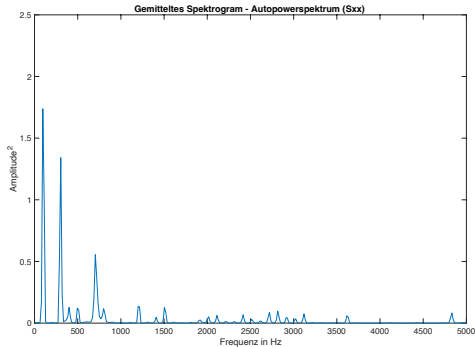
Armin Rohnen

Sx

Sxx

Gxx

H(f)



- Ebenfalls große Amplitudenabhängigkeit von den FT-Parametern
- $S_{xx}(f) = \underline{S}_x(f) \cdot \underline{S}_x(f)^* = \left(2 \cdot \frac{S(f)}{N \cdot FM}\right) \cdot \left(2 \cdot \frac{S(f)}{N \cdot FM}\right)^* = S_x(f)^2$
- MATLAB®: $S_{xx} = S_x \wedge 2$;
- Ergebniswerte sind quadriert
- Bewirkt die Konzentration auf Frequenzbereiche mit höherem Energieinhalt
- Vergleiche mit unterschiedlichen FT-Einstellungen nicht möglich



Spektrale Leistungsdichte (PSD) Gxx

Das Spektrum
an Spektren

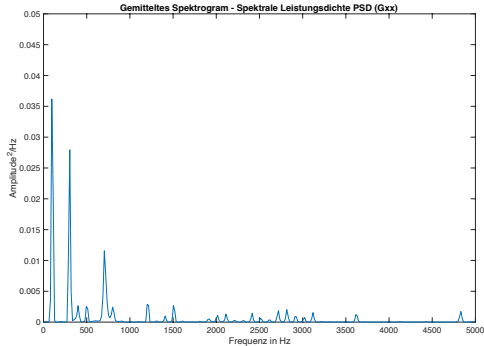
Armin Rohnen

Sx

Sxx

Gxx

H(f)



- Anzeigeform der Hardwareanalysatoren
- Amplitudenwerte mit geringem Einfluss durch FT-Parametrierung
- $$G_{xx}(f) = \frac{P(f)}{B_{eff}} = \frac{\left(\frac{S_x(f)}{\sqrt{2}}\right)^2}{B_{eff}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{xx}(f)}{B_{eff}}$$
- MATLAB®: `[s, f, ~, Gxx] = spectrogram(...);`
- Vergleiche mit unterschiedlichen FT-Einstellungen möglich



Übertragungsfunktion $H(f)$

Das Spektrum
an Spektren

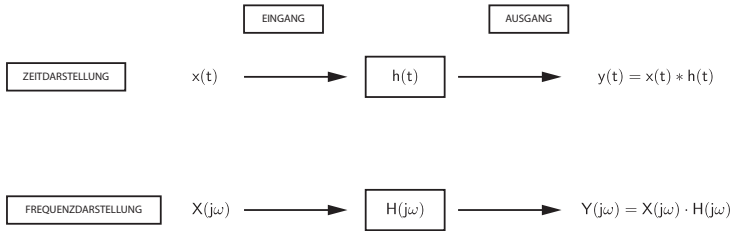
Armin Rohnen

S_x

S_{xx}

G_{xx}

$H(f)$



- Lineares zeitunabhängiges System (LTI - linear time invariant)
- Beschreibung im Zeitbereich durch Faltung
- Beschreibung im Frequenzbereich durch Übertragungsfunktion

MATLAB®

```
[E, f] = spectrogram(anregung, anrWindow, o, N, fs);
```

```
[A, f] = spectrogram(antwort, antWindow, o, N, fs);
```

```
H = A ./ E;
```



Übertragungsfunktion $H(f)$

Das Spektrum
an Spektren

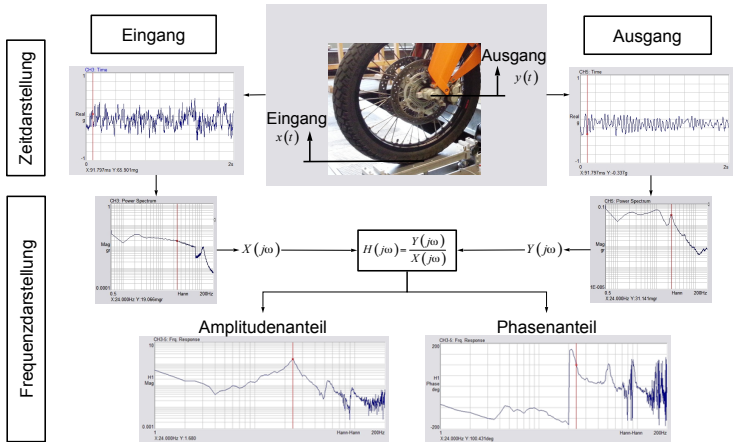
Armin Rohnen

Sx

Sxx

Gxx

$H(f)$





Datenkonverter

Datenkonverter

Armin Rohnen

- 1 Für die Auswertung wird MATLAB® mit der Signalanalyse Toolbox benötigt
- 2 Die Messdaten werden in einem Binärfile abgelegt, welches nicht direkt geladen werden kann
- 3 MATLAB®-Script "datenkonverter.m"
datei = 'hier Dateiname mit Pfad einfügen';
fileID = fopen(datei, 'r');
daten = (fread(fileID,[4 inf],'double'))';
fclose(fileID);
time = daten(:,1);
data = daten(:, 2:end);
- 4 Im Vektor time befinden sich die Zeitstempel der Messdaten, also die Zeitachse
- 5 In der Matrix data befinden sich spaltenorientiert die Messwerte der drei Messkanäle



Literatur und Quellen

Literatur und
Quellen

Armin Rohnen

- ① DIN 1311:2000-1, Schwingungen und schwingungsfähige Systeme
- ② DIN 45662:1996-12 Schwingungsmesseinrichtung - Allgemeine Anforderungen und Begriffe
- ③ Möser, M. (Hrsg): Messtechnik der Akustik, Springer-Verlag, Berlin (2010)
- ④ Zollner, M.: Frequenzanalyse, Autoren-Selbstverlag, Regensburg (1999)
- ⑤ Karl Dirk Kammeyer: Digitale Signalverarbeitung. 6. Auflage. Teubner, 2006, ISBN 3-8351-0072-6.
- ⑥ Thomas Kuttner, Armin Rohnen: Praxis der Schwingungsmessung, Messtechnik und Signalanalyse mit MATLAB®, 2. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden (2019)