



Messwerte
verarbeiten

Armin Rohnen

Messwerte verarbeiten

Armin Rohnen

Hochschule München FK03, Labor für Schwingungstechnik und
Maschinendynamik

armini gbr, schwingungsanalyse.com

February 10, 2024





Inhalt

Messwerte
verarbeiten

Armin Rohnen

Inhaltsverzeichnis

- ➊ Digitalisierung von Signalen
- ➋ Signalanalyse im Zeitbereich
- ➌ Zählverfahren und Statistik
- ➍ Grundlagen der Fouriertransformation
- ➎ Das Spektrum an Spektren
- ➏ Drehzahl
- ➐ Ordnungsanalyse (Ordertracking)
- ➑ Quellen



Messkette

Digitalisierung
von Signalen

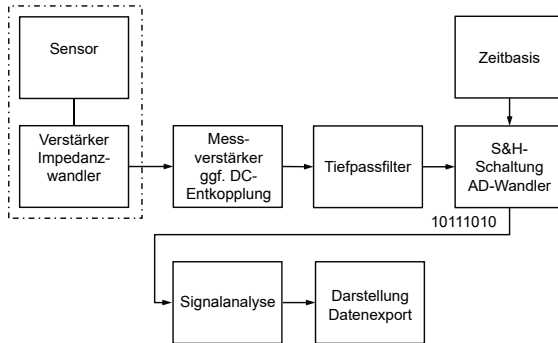
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse





Messkette

Digitalisierung
von Signalen

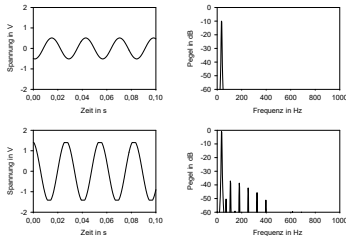
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Messverstärker im mittleren Bereich betreiben
- Übersteuerung führt zu zusätzlichen Linien im Frequenzspektrum



Messkette

Digitalisierung
von Signalen

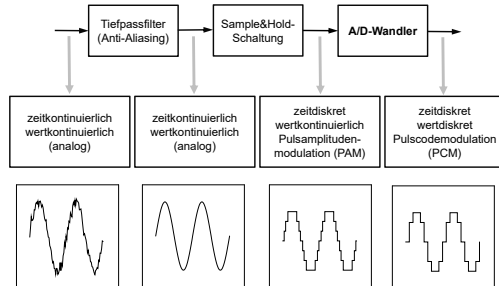
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse





Messkette

Digitalisierung
von Signalen

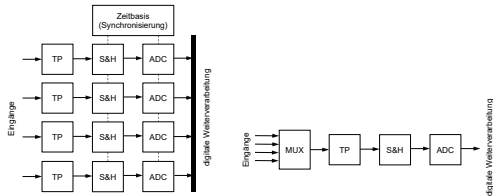
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



(links) Je Kanal ein Verstärker, S&H, AD-Wandler. Dadurch parallel und taktssynchron (abtastsynchron)

(rechts) Multiplexbetrieb: Nacheinander abgetastete Kanäle, preiswerte Messtechnik, Übersprechen und

Phasenversatz zwischen den Kanälen, Abtastrate teilt sich auf die Kanäle auf



Abtasttheorem

Digitalisierung
von Signalen

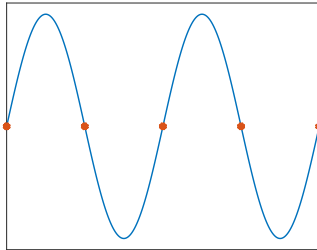
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- (kontinuierliches) analoges Signal in ein digitales Signal umwandeln
- ohne Informationsverlust
- mindestens mit der doppelten Höchsfrequenz abtasten



Aliasing

Digitalisierung
von Signalen

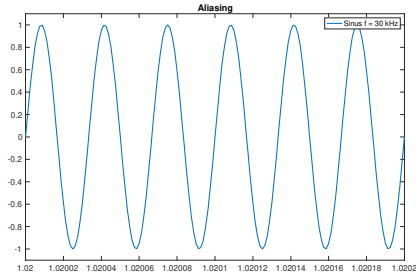
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Sinussignal mit $f = 30 \text{ kHz}$
- Abtastrate $f_s = 80 \text{ kHz}$



Aliasing

Digitalisierung
von Signalen

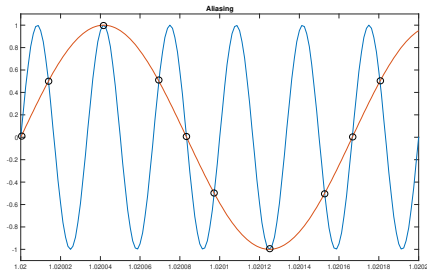
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Sinussignal (blau) mit $f = 30 \text{ kHz}$
- Abtastrate $f_s = 24 \text{ kHz}$
- (scheinbares) Sinussignal (rot) mit $f = 6 \text{ kHz}$



Aliasing

Digitalisierung
von Signalen

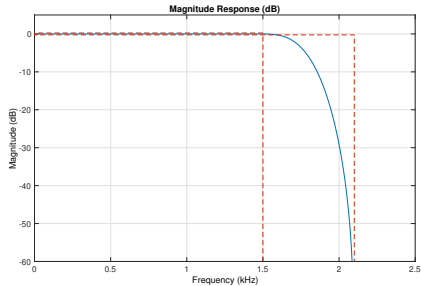
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Tiefpassfilter mit $f_E = f_s/2$
- Grenzfrequenz bei -3 dB Filterwirkung
- filterabhängiger Bereich $f_{max} \dots f_O$ unbrauchbar



Messung von Impulsen

Digitalisierung
von Signalen

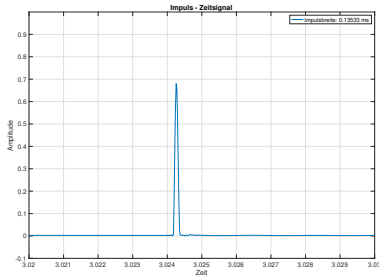
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- Impuls - Hammerschlag
- nahe am idealen Impuls, dem Dirac
- Abtastrate $f_s = 51,2 \text{ kHz}$
- ermittelte Impulsbreite $t_{\text{Impact}} = 0,13533 \text{ ms}$
- Impulshöhe $U_{\text{Impact}} = 680,0767 \text{ mV}$



Messung von Impulsen

Digitalisierung
von Signalen

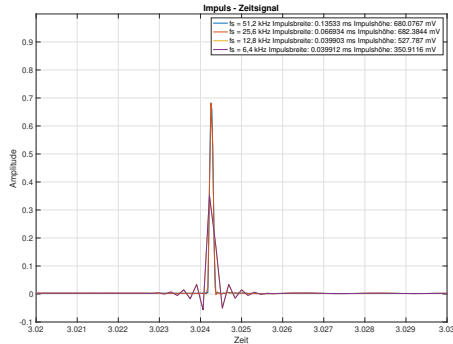
Armin Rohnen

Messkette

Abtasttheorem

Aliasing

Impulse



- niedrige Abtastraten suggerieren kürzere Impulszeiten
- niedrige Abtastraten suggerieren niedrigere Amplituden
- für korrekte Werte hohe Abtastraten erforderlich



Spitzenwert

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

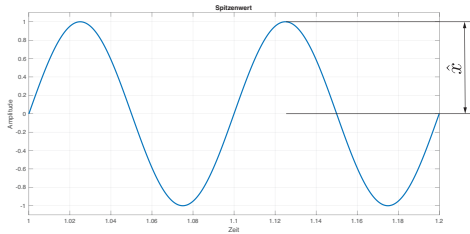
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor



- kontinuierlicher Sinus ohne Amplitudenänderung
- \hat{x} = Amplitude
- MATLAB®: $x = \max(\text{abs}(\text{signal}))$;



MATLAB® - Spitzenwert

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

```
laenge = 10;  
fs = 40000;  
f = 10;  
N = ceil(laenge * fs);  
time = (0 : (N - 1))/fs;  
Amplitude = 1;  
signal = sin(2 * pi * f * time) * Amplitude;  
plot(time, signal, 'LineWidth', 2)  
axis([1 1.2 (-1) * Amplitude - 0.1 Amplitude + 0.1])  
set(gca, 'xgrid', 'on')  
set(gca, 'ygrid', 'on')  
set(gca, 'FontSize', 16)  
title('Spitzenwert')  
ylabel('Amplitude')  
xlabel('Zeit')
```



Spitzenwert - Signalverlauf

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

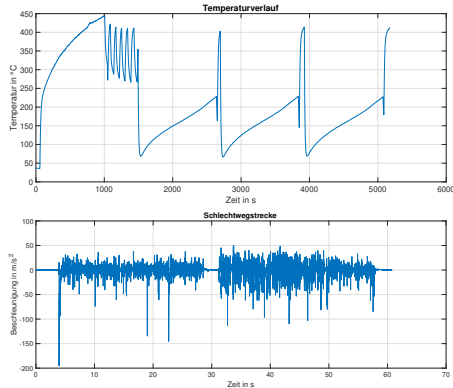
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor



- andere Definition erforderlich
- Maximalwert in einem Intervall τ
- fast $\tau = 125 \text{ ms}$
- slow $\tau = 1000 \text{ ms}$



Spitzenwert - Signalverlauf

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

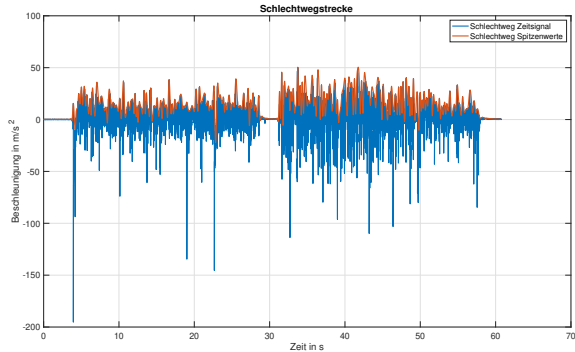
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor



```
fs = 1/(schlechtwegZeit(100,1) - schlechtwegZeit(99,1));  
wl = ceil(fs * 0.125);  
[schlechtwegSpitzenwert, ~] = envelope(schlechtwegDaten, wl, 'peak');
```



Signalmittelwert

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

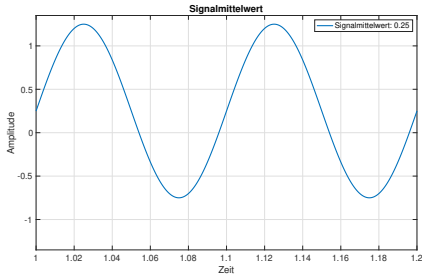
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor



- $\bar{x} = \frac{1}{T} \sum_0^T x(t) \Delta t$
- eigentlich $\bar{x} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$
- Mittelwert des Sinussignals üblich $\bar{x} = 0$
- realer Mittelwert des Sinussignals = Gleichanteil
- MATLAB®: `mean(signal)`



Effektivwert

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

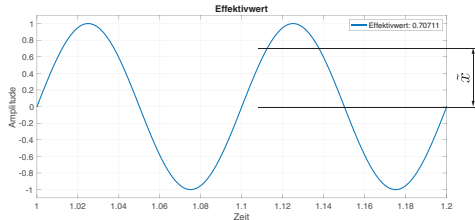
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor



$$\tilde{x} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_0^T x^2(t) \Delta t}$$

$$\text{Effektivwert einer Sinusschwingung } \tilde{x} = \frac{\hat{x}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{MATLAB®: rms(signal)}$$



Effektivwert - Signalverlauf

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

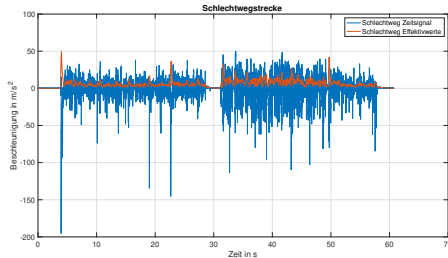
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor



```
fs = 1/(schlechtwegZeit(100, 1) - schlechtwegZeit(99, 1));  
wl = ceil(fs * 0.125);  
[schlechtwegRMS, ~] = envelope(schlechtwegDaten, wl, 'rms');
```



Pegelmessgerät - gleitender Effektivwert

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

Autokorrelation

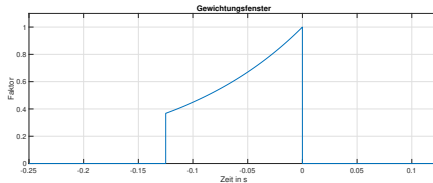
Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

$$\tilde{x}_r(t) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_{\xi=0}^t e^{\frac{-(t-\xi)}{\tau}} x^2(\xi) d\xi}$$

- gewichtete Einzelwerte im Gesamtergebnis
- zeitliche Bewertung mittels Exponentialfunktion
- Gewichtung umso geringer, je länger der Einzelwert zurückliegt
- Einzelwert entspricht $\tilde{x} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) \Delta t}$ mit gewichteten $x^2(t)$





Pegelmessgerät - Algorithmus gleitender Effektivwert

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

- Gewichtungsfenster berechnen

```
fs = 1/(schlechtwegZeit(100, 1) - schlechtwegZeit(99, 1));
tau = 0.125;
wl = ceil(fs * tau);
for xi = 1 : wl
    w(xi, 1) = exp((-1) * (wl - xi)/wl);
end
```
- Signal quadrieren

```
signal = schlechtwegDaten.^2;
```
- Berechnung bis $t = \tau$

```
for xi = 1 : wl
    gleitenderEffektivwert(xi, 1) = sqrt((sum(w(wl - xi + 1 : wl, 1) .* signal(wl - xi + 1 : wl, 1)))/xi);
end
```



Pegelmessgerät - Algorithmus gleitender Effektivwert

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

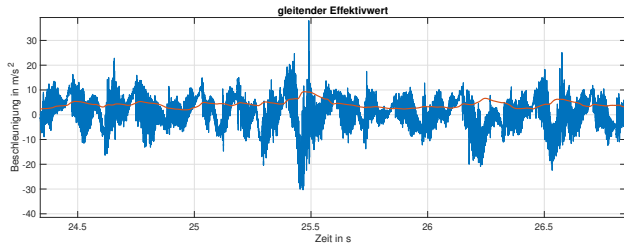
Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

- Berechnung ab $t = \tau$
for $xi = wl + 1 : length(signal)$
 $gleitenderEffektivwert(xi, 1) = \sqrt{\sum(w \cdot signal(xi - wl + 1 : xi, 1)) / wl}$
end
- Berechnung ist Zeitaufwändig





Pegelmessgerät - Datenreduktion

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

- Zeitabstand festlegen $dt = 0.1$; (Verlaufsauflösung)
- Sprungweite berechnen $step = \text{ceil}(fs * dt)$;
- Berechnung

```
punkt = 0;
if step < wl
    punkt = punkt + 1;
    time(punkt, 1) = schlechtwegZeit(step, 1);
    Effektivwert(punkt, 1) = sqrt((sum(w(wl - step + 1 : wl, 1) .* signal(wl - step + 1 : wl, 1)))/xi);
end
for xi = 2 * step : step : length(signal)
    punkt = punkt + 1;
    time(punkt, 1) = schlechtwegZeit(xi, 1);
    Effektivwert(punkt, 1) = sqrt(sum(w. * signal(xi - wl + 1 : xi, 1))/wl);
end
```



Pegelmessgerät - Datenreduktion

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

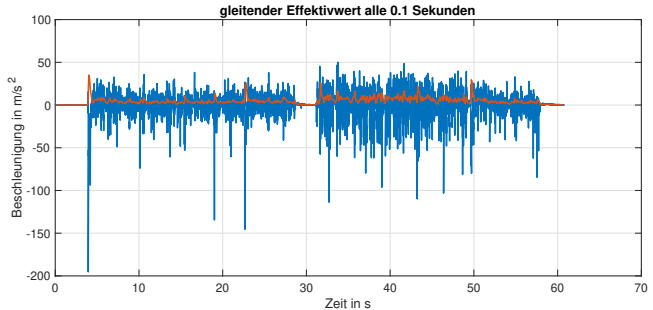
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor





Pegelmessgerät - Datenreduktion

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

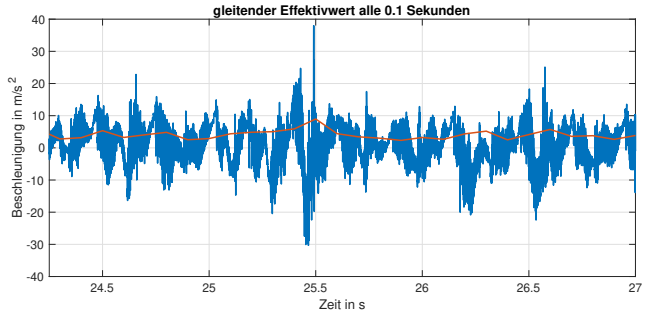
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor





Autokorrelation

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) x(t + \tau) dt$$

- Begriff aus der Stochastik und der Signalverarbeitung
- Beschreibt die Ähnlichkeit eines Signals mit sich selbst
- Wieviel Ähnlichkeit hat der um die Zeit τ verschobene Signalwert $x(t + \tau)$ mit dem ursprünglichen Signalwert $x(t)$
- Berechnung
 $[R_{xx}, \tau] = \text{xcorr}(x, 'normalized');$
 $R_{xx} = R_{xx}(\tau > 0);$
 $\tau = \tau(\tau > 0);$
 $[R_{xx}, lo] = \text{envelope}(R_{xx}, 50, 'peak');$



Autokorrelation

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

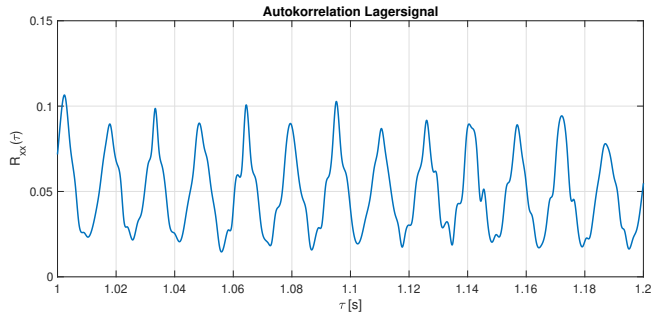
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor



- Abstand der Maxima = Wiederholungszeit
- hier Drehzahl mit $n = 4030 \text{ min}^{-1}$



Kreuzkorrelation

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) y(t + \tau) dt$$

- Beschreibung gegenseitiger Abhängigkeit von zwei Signalen
- Maximum wenn beide Signale einander ähnlich sind
- Fourier-Transformation der Kreuzkorrelation ergibt die spektrale Kreuzleistungsdichte
- Grundlage der Kohärenz



Modulationsgrad

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

$$m = \frac{\hat{x} - \bar{x}}{\bar{x}} 100\%$$

- Verhältnis der Modulationsamplitude zur Trägeramplitude
- Trägeramplitude kann meistens nicht korrekt bestimmt werden
- Ersatzweise arithmetischer Mittelwert der Umhüllenden
- Modulationsamplitude jener Scheitelwert, um welcher das arithmetische Mittel der Umhüllende schwankt
- Alternative Bezeichnung: Schwankungsstärke, Schwankungsgrad - allerdings Verwechslung mit der psychoakustischen Größe Schwankungsstärke



Modulationsgrad

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

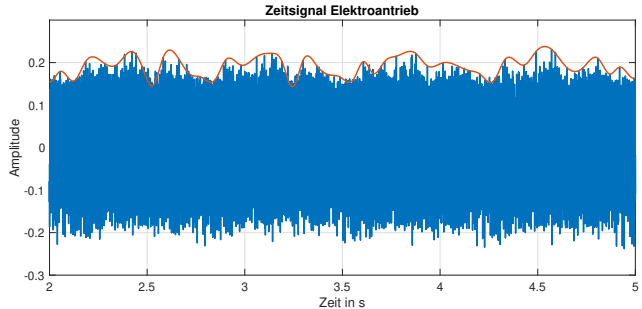
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor





Modulationsgrad

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

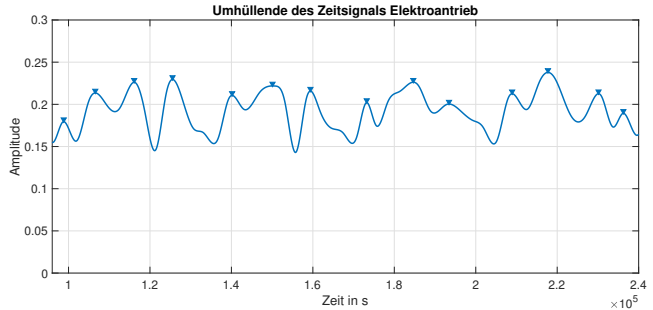
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor





Scheitelfaktor - Crest-Faktor

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor

- $C_F = \frac{|x_{max}|}{\tilde{x}}$
- mit $\tilde{x} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt}$
- Charakterisierung regelloser Schwingungen mit vereinzelt Maximalwerten
- Beschreibt die Impulshaltigkeit eines Signals
- Merkmal für das Auftreten von Stößen im Signal
- Wenn Impulse / Stöße das Signal prägen, ist eine Aussage nicht möglich
- MATLAB®: `CF = peak2rms(signal);`



Scheitelfaktor - Crest-Faktor

Signalanalyse
im Zeitbereich

Armin Rohnen

Spitzenwert

Mittelwert

Effektivwert

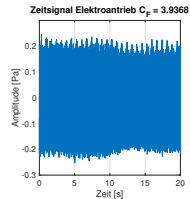
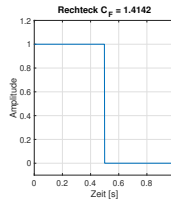
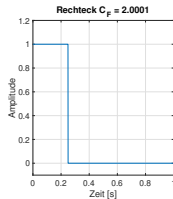
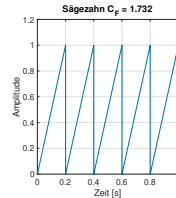
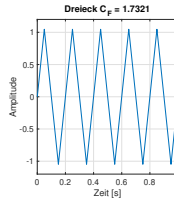
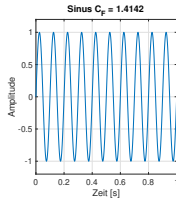
Pegelmessgerät

Autokorrelation

Kreuzkorrelation

Modulationsgrad

Scheitelfaktor





Filter

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung

- Veränderung des (Zeit)Signals
- Unterdrückung unerwünschter Frequenzanteile
- Eckfrequenz f_E - Angabe bei -3 dB Dämpfung
- immer (!) vor A/D-Wandler (Antialiasing)
- Veränderung der Amplitude im Übergangsbereich
- Filtertyp beeinflusst das Übertragungsverhalten
- Phasenverschiebung im Übergangsbereich, je nach Filtertyp
- Gruppenlaufzeit - Laufzeitverschiebung zwischen gefiltertem und ungefiltertem Signal
- Einschwingzeit: Faustformel $3 \cdot \frac{1}{f_E}$



Filtercharakteristik

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

Tiefpassfilter

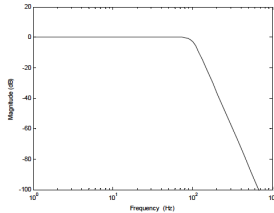
Bandpassfilter

Bandsperrfilter

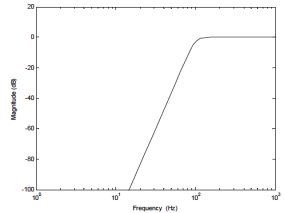
1/n-Oktav-

Bandpassfilterung

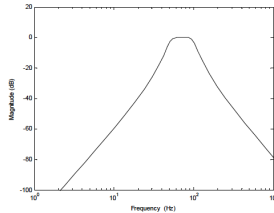
Tiefpass



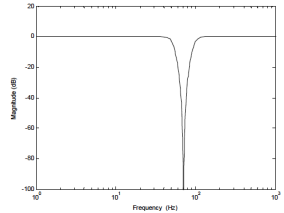
Hochpass



Bandpass



Bandsperr





Filterordnung

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

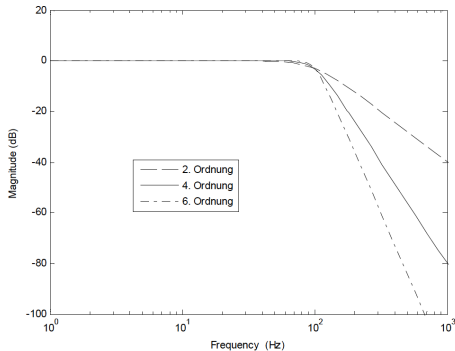
Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung



- Bezugsgröße für die Dämpfung und Flankensteilheit
- $n \cdot 20 \text{ dB je Dekade}$
- $n \cdot 6 \text{ dB je Oktave}$



Filtertyp

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

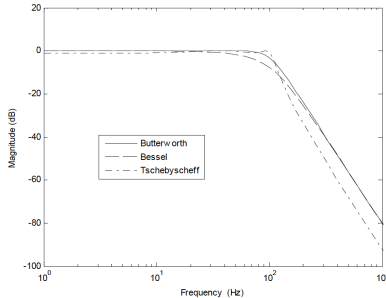
Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung



- Butterworth-Filter: Möglichst langer horizontaler Verlauf im Durchlassbereich bis f_E
- Bessel-Filter: Glatter Frequenzverlauf im Durchlassbereich mit flacherem Verlauf um f_E
- Tschebyscheff-Filter: Welligkeit im Durchlassbereich, scharfes Abknicken und Überschwingen bei f_E



- FIR
 - Filter mit endlicher Impulsantwort - finite response filter
 - Resonanzfreies Filterdesign, immer stabil
 - keine Rückkopplungen, Scheifen, etc.
- IIR
 - Filter mit endlicher Impulsantwort - finite response filter
 - Filterdesign mit Rückkopplungen
 - digitale Version des analogen Filters



Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung

- `filt_data = lowpass(data, 10000, fs, ...
ImpulseResponse = 'iir', Steepness = 0.85, ...
StopbandAttenuation = 60);`
- `filt_data = highpass(data, ...`
- `filt_data = bandpass(data, ...`
- `filt_data = bandstop(data, ...`
- `lpFilt = designfilt('lowpassiir', 'FilterOrder', 8, ...
'PassbandFrequency', 35e3, 'PassbandRipple', 0.2, ...
'SampleRate', 200e3);
filt_data = filter(lpFilt, data);`



Hochpassfilter

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

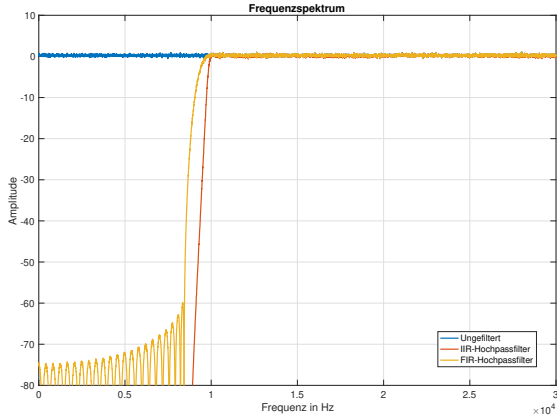
Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung





Tiefpassfilter

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

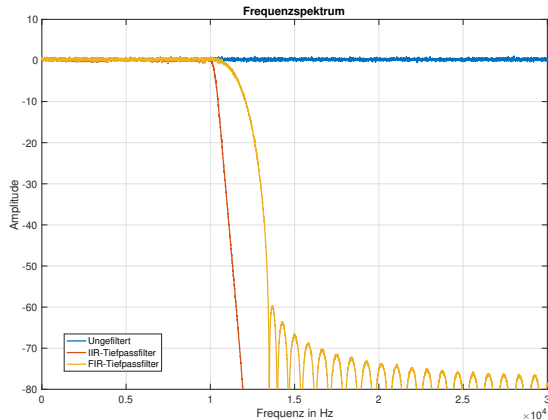
Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung





Bandpassfilter

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

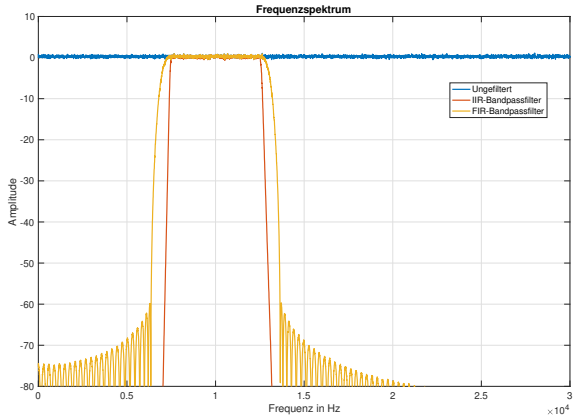
Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung





Bandsperrfilter

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

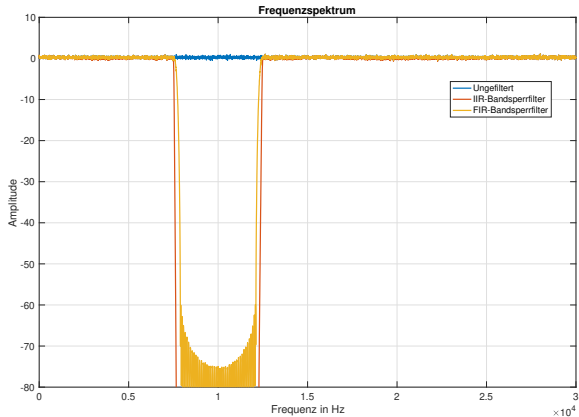
Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung





1/n-Oktav-Bandpassfilterung

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung

- musikalische Definition

- zwei Töne im Verhältnis 2 : 1
- 8 Zwischentöne

- technische Definition

- parallel angeordnete Bandpassfilter
- nachgeschaltete Signalanalyse i.d.R. Pegelmessgerät
- Grenzfrequenzen Oktav-Bandpassfilter

$$f_u = \frac{f_o}{2}$$

$$f_m = \sqrt{f_u \cdot f_o}$$

- Grenzfrequenzen 1/n-Oktav-Bandpassfilter

$$f_u = \frac{f_o}{\sqrt[n]{2}}$$

$$f_m = \sqrt{f_u \cdot f_o} = f_u \cdot \sqrt[n]{2}$$



1/n-Oktav-Bandpassfilterung

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

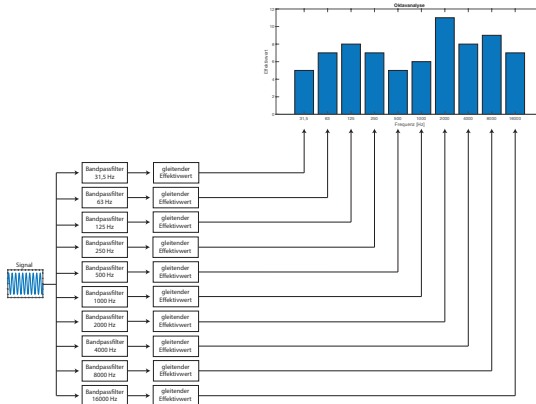
Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-
Bandpassfilterung



Schematische Darstellung eines Oktav-Analysators



1/n-Oktav-Bandpassfilterung

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperfilter

1/n-Oktav-
Bandpassfilterung

- genormt nach DIN EN 61260
- Grenzfrequenzen f_u , f_o , f_m
- Bandbreite B
- Filtergüte Q (Welligkeit)
- Undefinierte Flankensteilheit
- Mittenfrequenz f_m nach DIN EN ISO 266
 - $f_m = 16 \frac{2}{3} \text{ Hz}$ - bei den Bahnen
 - $f_m = 50 \text{ Hz}$ - im Schiffsbau und Energieversorgung
 - $f_m = 60 \text{ Hz}$ - im Schiffsbau und Energieversorgung
 - $f_m = 1000 \text{ Hz}$ - in der Akustik



1/n-Oktav-Bandpassfilterung

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

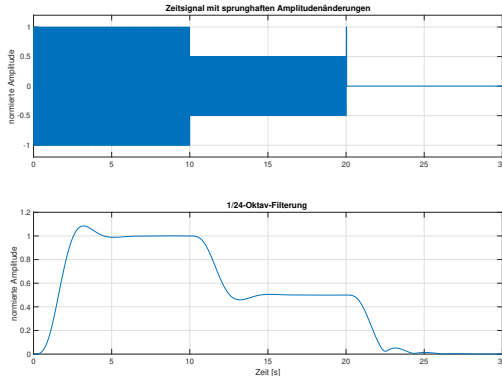
Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-
Bandpassfilterung



Zeitsignal mit $f = 20,2 \text{ Hz}$ und sprunghaft ändernden Amplituden (oben) sowie Signalverlauf des ersten Oktavfilters einer $1/24$ -Oktavfilterung (unten)



1/n-Oktav-Bandpassfilterung

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

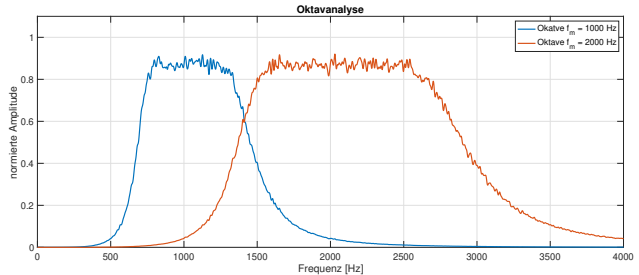
Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-
Bandpassfilterung



Betragspektren für die Signalanteile mit $f_m = 1000$ Hz und $f_m = 2000$ Hz eines oktavgefilterten Rauschsignals.

Analyselücke ist abhängig von der Flankensteilheit.



1/n-Oktav-Bandpassfilterung

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

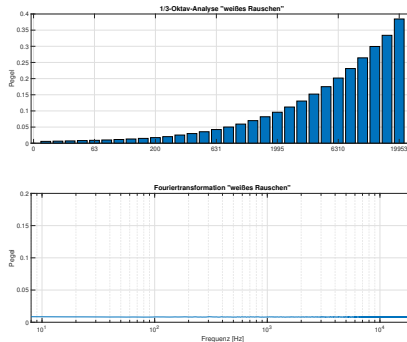
Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-
Bandpassfilterung



Analyse des Signals "weißes Rauschen"

Obere Abbildung: 1/3-Oktav-Analyse

Untere Abbildung: Fouriertransformation



1/n-Oktav-Bandpassfilterung in MATLAB®

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung

- **Filterung**
`bandbreite = ' 1/12 octave';`
`octFilterBank = octaveFilterBank(bandbreite, fs, FrequencyRange = [2020000]);`
`centerFrequencies = getCenterFrequencies(octFilterBank);`
`filtData = octFilterBank(data);`
- **Nachbearbeitung und Datenreduktion**
`tau = 0.125;`
`wl = ceil(fs * tau);`
`schritte = 100;`
`step = ceil(fs/schritte);`
`for xi = 1 : length(centerFrequencies)`
 `[linie, ~] = envelope(filtData(:, xi), wl, 'rms');`
 `pos = 0;`
 `for steps = ceil(step/2) : step : length(time) - ceil(step/2)`
 `pos = pos + 1;`
 `nOctLinien(pos, xi) = 20 * log10(mean(...`
 `linie(steps - ceil(step/2) + 1 : steps + ceil(step/2)))/20e - 6);`
 `timeOctLinien(pos, 1) = time(steps, 1);`
 `end`
`end`



1/n-Oktav-Bandpassfilterung in MATLAB®

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

Hochpassfilter

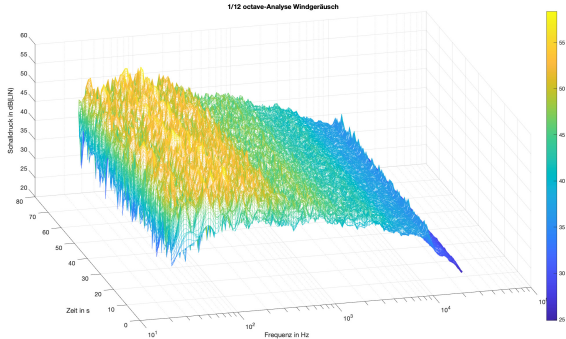
Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-

Bandpassfilterung



- 3D-Darstellung
`mesh(centerFrequencies, timeOctLinien, nOctLinien)`
`set(gca, 'xscale', 'log')`
`view(-15, 40)`
`colorbar`



1/n-Oktav-Bandpassfilterung in MATLAB®

Filter

Armin Rohnen

Filter

Filtercharakteristik

Filterordnung

Filtertyp

Digitalfilter

MATLAB®

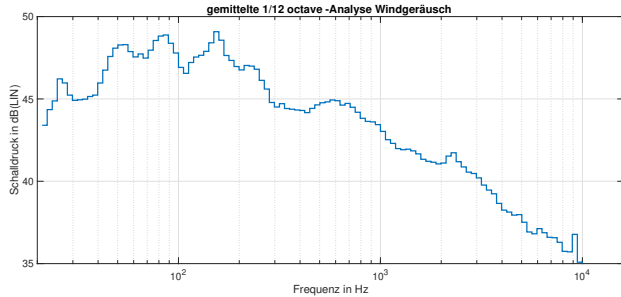
Hochpassfilter

Tiefpassfilter

Bandpassfilter

Bandsperrfilter

1/n-Oktav-
Bandpassfilterung



- 2D-Darstellung
`stairs(centerFrequencies, mean(nOctLinien, 1), 'LineWidth', 2)`
`set(gca, 'xscale', 'log')`
`axis([20 16000 35 50])`



Amplitudendichte $p(x)$

Zählverfahren
und Statistik

Armin Rohnen

Amplitudendichte

Rainflow

- Wahrscheinlichkeit mit der ein Wert auftritt
- Annahme der Normalverteilung
- Amplitudendichte $p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$
- Mittelwert μ , Standardabweichung σ
- Nachmessung der Steuerspannung und Anzeige des Messwerts auf einem Display
- Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(x) = \int p(x) dx$, im Intervall der Betrachtung
- für das Intervall $-\infty$ bis $+\infty$ wird $P(x) = 1$
- Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (x(t) - \bar{x})^2 dt}$
- bei $\bar{x} = 0$ wird $\sigma = \tilde{x}$



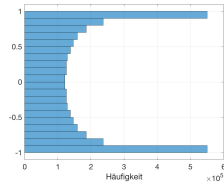
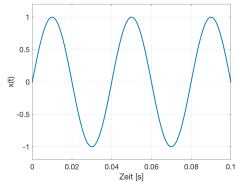
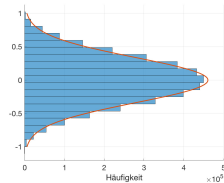
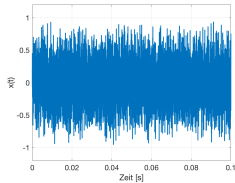
Amplitudendichte $p(x)$

Zählverfahren
und Statistik

Armin Rohnen

Amplitudendichte

Rainflow



Zeitverlauf und Amplitudendichte zweier Signale, oben: Rauschsignal - unten: Sinussignal



Amplitudendichte $p(x)$

Zählverfahren
und Statistik

Armin Rohnen

Amplitudendichte

Rainflow

- MATLAB®-Anweisung
`h = histogram(schlechtwegDaten, edges, ...
'Orientation', 'vertical', ...
'Normalization', 'probability');`
- `edges` Definition der Klassen(breiten)
- `edges = [-200 : 10 : 200];`
40 Klassen mit der Breite 10
Verteilt von -200 bis 200
- `edges = [-200 -50:5:50 200];`
eine Klasse von -200 bis -50
21 Klassen von -50 bis 50 mit der Klassenbreite 5
eine Klasse von 50 bis 200
- Werte
`haeufigkeit = h.Values;`
`klassengrenzen = h.BinEdges;`
`anz_klassen = h.NumBins;`



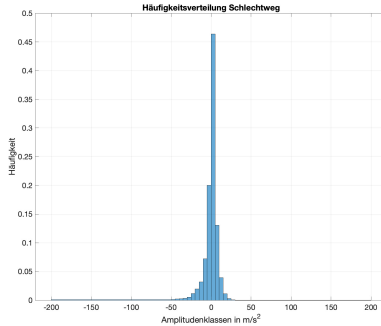
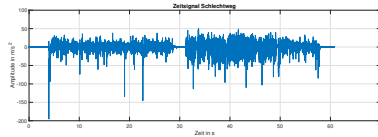
Amplitudendichte $p(x)$

Zählverfahren
und Statistik

Armin Rohnen

Amplitudendichte

Rainflow



Zeitverlauf (oben) und Häufigkeitsverteilung (unten)





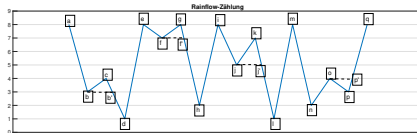
Rainflow-Zählung

Zählverfahren
und Statistik

Armin Rohnen

Amplitudendichte

Rainflow



- Rainflow-Zählung - über die Flanken fließt Regen der von einem Dach zum nächsten Tropft
- Bei Umkehrpunkten (links und rechts der horizontalen Zeitachse) fällt der Tropfen nach unten
z. B. von b auf die Flanke c-d oder von f auf die Flanke g-h.
- Halbzyklen ergeben sich, wenn der Tropfen fließt und einen Umkehrpunkt erreicht
z. B. a-b, b-c und f-g
- Halbzyklen ergeben sich ebenso wenn der Tropfen "Sammelpunkte" der Tropfen erreicht, das von einem darüber liegenden Umkehrpunkt fällt
z. B. c-b', g-f' und j-j'
- Vollzyklen werden aus zwei Halbzyklen gleicher Schwingbreite und gleicher Lage (Maximum, Minimum) gebildet
z. B. die Flächen a-d-e, b-c-b', f-g-f', e-h-i



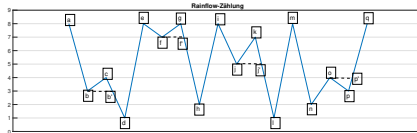
Rainflow-Zählung

Zählverfahren
und Statistik

Armin Rohnen

Amplitudendichte

Rainflow



Rainflow-Zählung aus der Abbildung

Vollzyklus	Von	Nach	Mittelwert	Schwingbreite
a-d-e	8	1	5	7
b-c-b'	3	4	4	1
e-h-i	8	2	5	6
f-g-f'	7	8	7	1
i-l-m	8	1	5	7
j-k-j'	5	7	6	2
m-n-q	8	2	5	6
o-p-p'	4	3	4	1



Summenhäufigkeit

Das Beispiel enthält 3 mal die Schwingbreite 1, 1 mal die Schwingbreite 2, 2 mal die Schwingbreite 6 und 2 mal die Schwingbreite 7.

Schwingbreite	Anzahl
7	2
6	4
5	4
4	4
3	4
2	5
1	8



Rainflow-Zählung MATLAB®

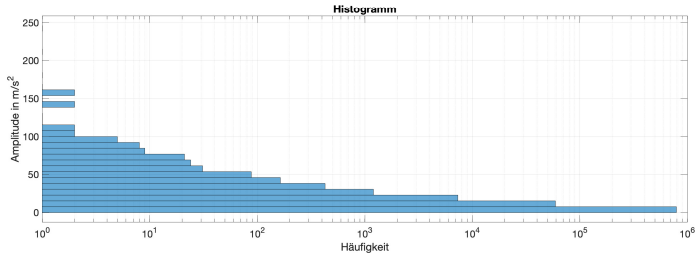
Zählverfahren
und Statistik

Armin Rohnen

Amplitudendichte

Rainflow

```
c = rainflow(schlechtwegDaten);  
klassen = 32;  
h = histogram(c(:, 2), klassen, 'Orientation', 'horizontal');  
haeufigkeit = h.Values;  
klassengrenzen = h.BinEdges;  
anz_klassen = h.NumBins;
```





Rainflow-Zählung MATLAB®

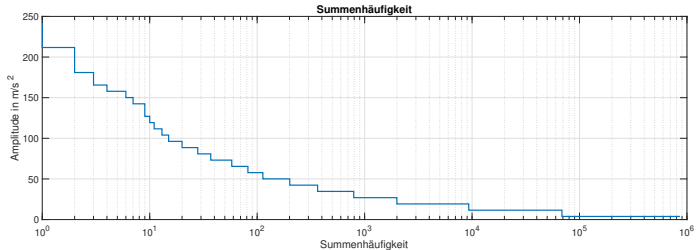
Zählverfahren
und Statistik

Armin Rohnen

Amplitudendichte

Rainflow

```
for xi = 1 : anz_klassen  
    klasse(xi) = (klassengrenzen(xi) + klassengrenzen(xi + 1))/2;  
    summenhaeufigkeit(xi) = sum(haeufigkeit(1, xi : end));  
end  
stairs(summenhaeufigkeit, klasse, 'LineWidth', 2)
```





Fouriertransformation DFT / FFT

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

Abtasten $4-70 \times f_{\max}$ (höchste erwartete f)

$$\underline{X}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

- als diskrete Fouriertransformation (DFT)
- Ableitung als schnelle Fouriertransformation (FFT), dann $N = 2^n$
- Bandbegrenzt und Auflösungsbegrenzt
- N diskrete Messwerte ergeben N diskrete Ergebnisse (Linien) plus Gleichanteil
- Gleichzusetzen mit einem Mittelwert
- Gedankenmodell: Approximation von Sinusfunktionen
- nie falsch
 - Daten (signal)
 - Parametrierung



Fouriertransformation DFT / FFT

Grundlagen der Fouriertransfor- mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

$$\underline{X}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{-j2\pi \frac{kn}{N}}$$

- Je mehr Messwerte je Periodendauer, desto stabiler die Fouriertransformation
- Signal durch analoges Tiefpassfilter auf den Frequenzbereich $f_s/2$ begrenzen
- Abtastrate zweckmäßig wählen
- Hohe Abtastrate ist vorteilhaft, erzeugt aber hohe Datenmengen
- Vorgehen:
 - Orientierungsmessung mit hoher (höchster) Abtastrate
 - Zeitsignal betrachten (Übersteuerung, Impulse, Schläge, sprunghafte Änderungen)
 - Signalanalyse durchführen
 - Abtastrate an den Bedarf anpassen
 - Höhere Abtastraten bei impulsbehafteten Signalen



Fouriertransformation DFT / FFT

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

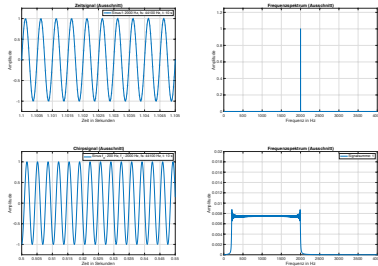
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Heisenbergsche Unschärferelation
komplementäre Eigenschaften sind gleichzeitig nicht beliebig genau bestimmbar
- Signalanalyse ist zu einem Zeitpunkt nicht möglich (Grundgesetz der Nachrichtentechnik [6])
- Lösungen:
 - Signaländerung verringern
 - Parametrierung an Signal anpassen
 - andere Methodik wählen



Leakage

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

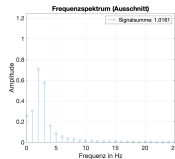
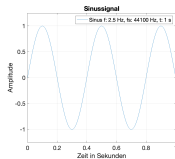
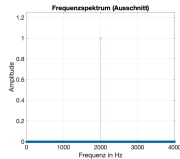
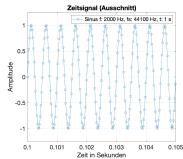
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Sprünge an den (Daten)Fenstergrenzen führen zu Leakage (engl. Leakage) in der Fouriertransformation
- Bedingung:
Signal muss über die Fenstergrenzen hinweg einen kontinuierlichen Verlauf aufweisen



Fensterung

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

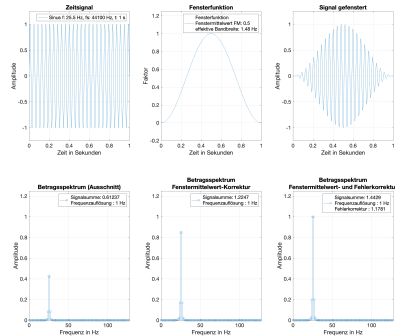
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Das Signal wird durch Fensterung in den kontinuierlichen Verlauf gezwungen
- Fensterung hat Einfluss auf das Amplitudenergebnis der FT
- Vergleichbarkeit von Ergebnissen nur mit gleicher Fensterung möglich
- Nur Rechteck (kein), Hanning und Flattop eindeutige Fensterfunktionen, weil lediglich die Blocklänge als Parameter



Eigenschaften der Fensterung: Fenstermittelwert, Leistungsmittelwert, Bandbreite

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

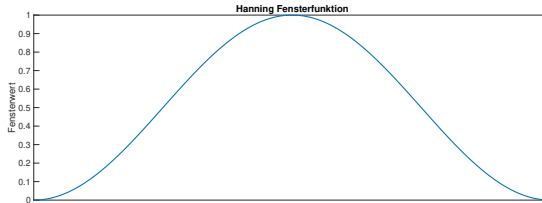
Überlappung

Mittlung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Fenstermittelwert kompensiert den Amplitudenfehler der Fensterfunktion

$$FM = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} w(k)$$

- Fensterung im Zeitbereich kürzt die effektive Fensterdauer und führt im Frequenzbereich zur Erhöhung der effektiven Bandbreite

$$B_{eff} = \frac{PM}{T \cdot FM^2}$$

- mit PM dem Leistungsmittelwert der Fensterfunktion

$$PM = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} w^2(k)$$

- Rechteckfenster $FM = 1$, $PM = 1$ und $B_{eff} = \frac{1}{T} = \Delta f$



Überlappung - Overlap

Grundlagen der
Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

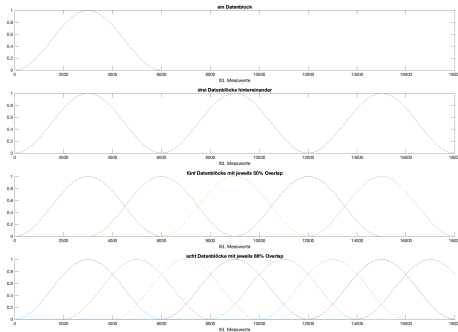
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



- Durch die Fensterung entstehen in Datenströmen „Analyselücken“
- Übliche Fensterung mit Hanning-Fensterfunktion, 66 2/3 % Überlappung und Mittelung von 3, 5, ... Spektren



Mittlung

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

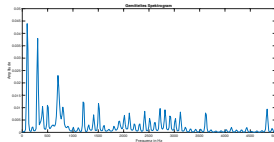
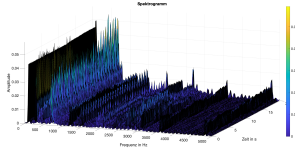
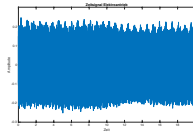
Überlappung

Mittlung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®





Mittlung bei Signaländerung

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

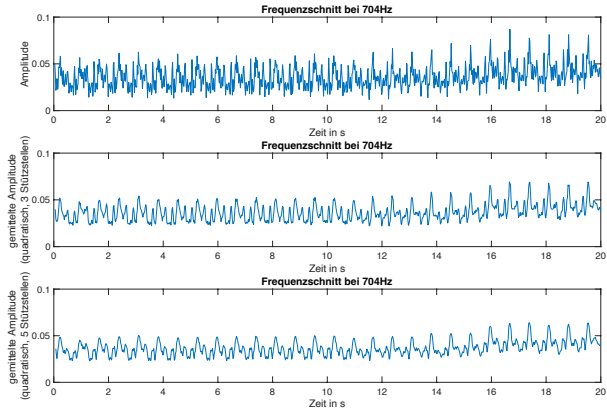
Überlappung

Mittlung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®





Mittlung

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittlung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- Linearer Mittelwert

$$\bar{S}_x = \frac{\sum_{\xi=1}^{\xi=n} S_x(\xi)}{n}$$

mean(Sx, 2), 2 gibt die Richtung der Mittlung an (hier Zeilenweise)

- Quadratischer Mittelwert

$$\tilde{S}_x = \sqrt{\frac{\sum_{\xi=1}^{\xi=n} S_x(\xi)^2}{n}}$$

rms(Sx, 2), 2 gibt die Richtung der Mittlung an (hier Zeilenweise)

- Summierung(Mittlung) von Spektrallinien (Frequenzen) zur Pegelbestimmung, Summenbestimmung, Frequenzschnitt, etc.

$$L(f) = \sqrt{\sum_{\xi=f-n \cdot \Delta f}^{\xi=f+n \cdot \Delta f} X(\xi)^2}$$

Amplituden = sqrt(sum(Sx(linie - 1 : linie + 2, :) . ^ 2));



Mittelung

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- Mittelungen von Betragsspektren ($|\underline{S}_x|$), Autopowerspektrum (S_{xx}) und PSD (G_{xx}) sind ohne Einschränkungen möglich

$$\overline{X}(f) = \frac{\sum_{\xi=1}^{\xi=n} |\underline{X}(f, \xi)|}{n}$$

- Mittelungen komplexer Spektren eher nicht möglich

$$\underline{\overline{X}}(f) = \frac{\sum_{\xi=1}^{\xi=n} \underline{X}(f, \xi)}{n}$$

Nur dann sinnvolles Ergebnis, wenn Triggerbedingungen für das Zeitsignal vorlagen z. B. Impulshammerschläge, Messungen mit Bezugsmarke



Amplitudengenauigkeit

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- Lediglich das Rechteckfenster weist keinen Amplitudenfehler auf
- Jede andere Fensterfunktion führt zu einer systematischen Verringerung der Amplitude - dies wird durch die Division mit dem Fenstermittelwert ausgeglichen
- Jede andere Fensterfunktion weist zusätzlich einen (in der Praxis) unsystematischen Fehler auf. Dieser wird üblich nicht ausgeglichen.
- Jede Amplitudenkorrektur führt zur Verfälschung der Signalenergie
- Hanning-Fensterfunktion weist bis 1,424 dB bzw. 17,8 % Amplitudenfehler auf
- Flatop-Fensterfunktion weist bis zu 0,19 dB bzw. 2,2 % Amplitudenfehler auf
- Der Amplitudenfehler ist Abhängig vom Verhältnis der Linienzahl (N), zur Blocklänge (T) und der Phasenlage des zu analysierenden Signals
- In der Praxis ist mit bis zu 2,8 dB bzw. 28 % Amplitudenunterschied zu rechnen
- Gleiche Parametrierung führt zu gleichem Fehler

Wenn alle den gleichen Fehler machen fällt er nicht auf



Parametrierung der Fouriertransformation

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

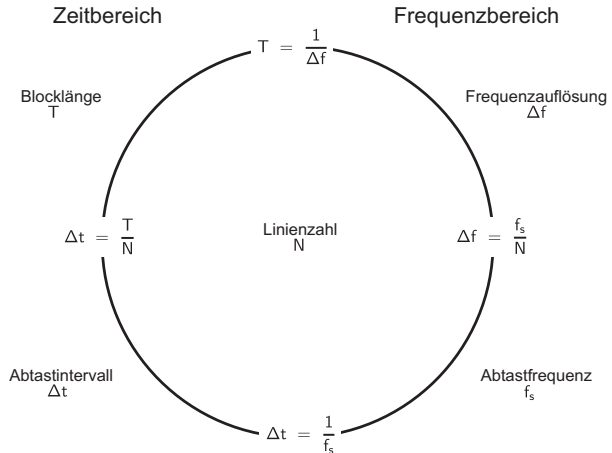
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®



und die Fensterfunktion



Praktische Umsetzung in MATLAB®

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

- ➊ Messung mit festgelegter Abtastfrequenz (Abtastrate) f_s
- ➋ Festlegung einer sinnvollen Frequenzauflösung (Linienabstand) Δf
- ➌ Berechnung der Linienzahl $N = \frac{f_s}{\Delta f}$
- ➍ Festlegung der Fensterfunktion i.d.R. Hanning
- ➎ Festlegung der Überlappung i.d.R. 2/3
- ➏ Berechnung des Fenstermittelwertes
- ➐ Berechnung des Leistungsmittelwertes
- ➑ Berechnung der Blocklänge $T = \frac{1}{\Delta f}$
- ➒ Bestimmung von B_{eff}
- ➓ Durchführung der Fouriertransformation (Kanalweise!)
- ➑ Berechnung des Spektrums
- ➒ Darstellung



Praktische Umsetzung in MATLAB®

Grundlagen der Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®

```
❶ fs = 48000;
❷ df = 4;
❸ N = ceil(fs/df);
❹ w = hann(N);
❺ O = ceil(2/3 * N);
❻ FM = sum(w)/N;
❼ PM = sum(w.^2)/N;
❽ T = 1/df;
❾ Beff = PM/(T * FM^2);
❿ [s, f, t] = spectrogram(data, w, O, N, fs);
⓫ Sx = 2 * abs(s/N)/FM;
⓬ mesh(f, t, Sx')
   colorbar
   title('Betrags — Spektrogramm')
   xlabel('Frequenz in Hz')
   ylabel('Zeit in s')
   zlabel('Amplitude')
   view(15, 30)
   set(gca, 'FontSize', 16) axis([0 5000 0 20 0 0.06])
⓭ plot(f, mean(Sx, 2)); alternativ rms(Sx, 2), je nach Vereinbarung
   title('gemittelttes Betrags — Spektrum')
   xlabel('Frequenz in Hz')
   ylabel('Amplitude')
   set(gca, 'FontSize', 16)
   axis([0 5000 0 0.05])
```




Praktische Umsetzung in MATLAB®

Grundlagen der
Fouriertransformation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

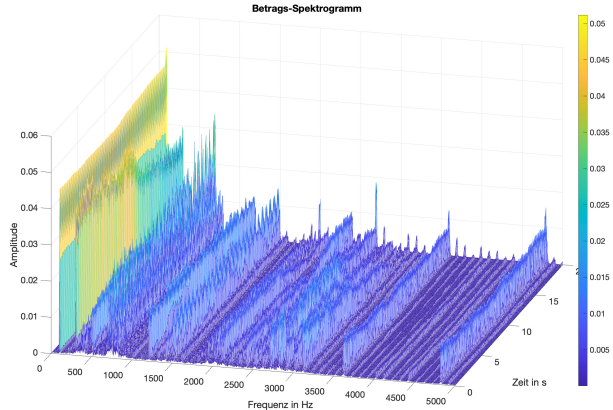
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®





Praktische Umsetzung in MATLAB®

Grundlagen der
Fouriertransfor-
mation

Armin Rohnen

DFT / FFT

Fensterung

Eigenschaften

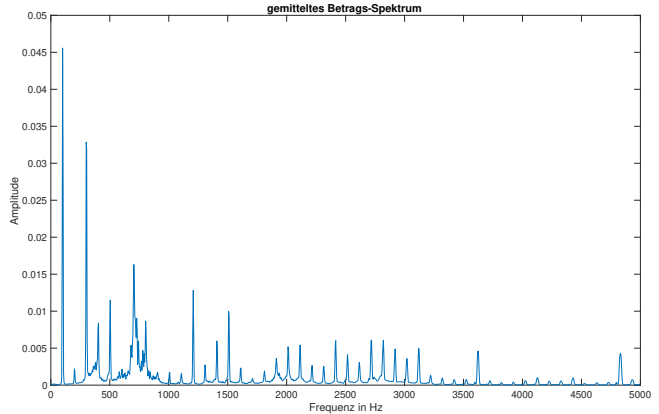
Überlappung

Mittelung

Genauigkeit

Parametrierung

MATLAB®





Betragsspektrum S_x

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

S_x

S_{xx}

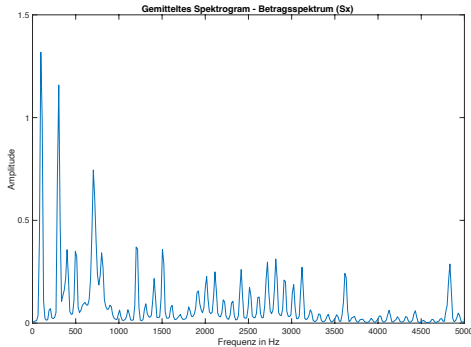
S_{xy}

G_{xx}

$H(f)$

γ^2

M_x



- Amplitudenwerte in Abhängigkeit der FT-Parametrierung
- $S_x(f) = 2 \cdot \frac{|S(f)|}{N \cdot FM}$
- üblich keine Normierung (Mittelung $\frac{1}{N}$) der Fourierkoeffizienten, keine Korrektur mit Fenstermittelwert und keine Anpassung an das eigentlich zweiseitige Spektrum
- MATLAB®: $S_x = rms(2 * abs(s/N) / FM, 2);$
- Vergleiche mit unterschiedlichen FT-Einstellungen nicht möglich



Autopowerspektrum Sxx

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

Sx

Sxx

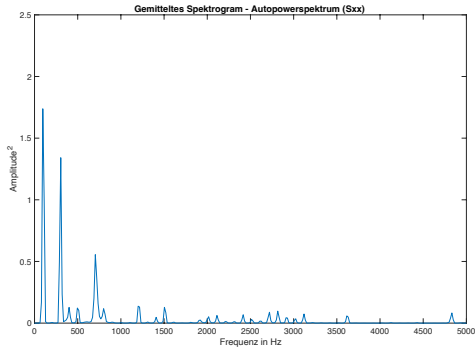
Sxy

Gxx

H(f)

γ^2

Mx



- Ebenfalls große Amplitudenabhängigkeit von den FT-Parametern
- $S_{xx}(f) = \underline{S}_x(f) \cdot \underline{S}_x(f)^* = \left(2 \cdot \frac{S(f)}{N \cdot FM}\right) \cdot \left(2 \cdot \frac{S(f)}{N \cdot FM}\right)^* = S_x(f)^2$
- MATLAB®: $S_{xx} = S_x \wedge 2$;
- Ergebniswerte sind quadriert
- Bewirkt die Konzentration auf Frequenzbereiche mit höherem Energieinhalt
- Vergleiche mit unterschiedlichen FT-Einstellungen nicht möglich



Kreuzleistungsspektrum S_{xy}

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

S_x

S_{xx}

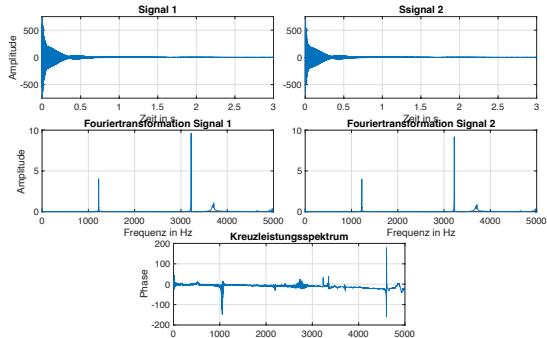
S_{xy}

G_{xx}

$H(f)$

γ^2

M_x



- Grundlage der Kohärenzfunktion
- Kreuzleistungsspektrum stellt das „Gleichheitsspektrum“ zweier Signale dar
- ergibt u.a. den Phasenversatz von Signalen
- $S_{XY}(f) = \underline{X}(f) \cdot \underline{Y}(f)^*$
- MATLAB®: $S_{xy} = s1/N. * conj(s2/N);$



Spektrale Leistungsdichte (PSD) G_{xx}

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

S_x

S_{xx}

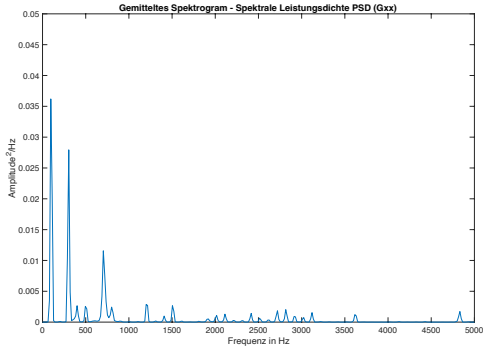
S_{xy}

G_{xx}

$H(f)$

γ^2

M_x



- Anzeigeform der Hardwareanalysatoren
- Amplitudenwerte mit geringem Einfluss durch FT-Parametrierung
- $$G_{xx}(f) = \frac{P(f)}{B_{eff}} = \frac{\left(\frac{S_x(f)}{\sqrt{2}}\right)^2}{B_{eff}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{S_{xx}(f)}{B_{eff}}$$
- MATLAB®: `[s, f, ~, Gxx] = spectrogram(...);`
- Vergleiche mit unterschiedlichen FT-Einstellungen möglich



Übertragungsfunktion $H(f)$

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

S_x

S_{xx}

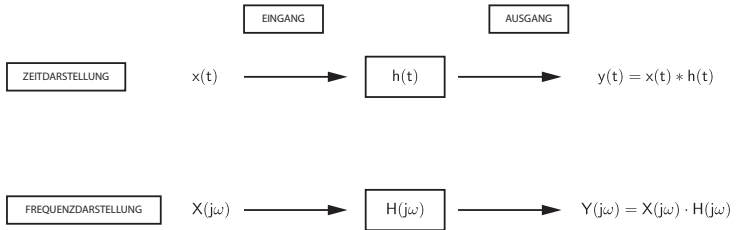
S_{xy}

G_{xx}

$H(f)$

γ^2

M_x



- Lineares zeitunabhängiges System (LTI - linear time invariant)
- Beschreibung im Zeitbereich durch Faltung
- Beschreibung im Frequenzbereich durch Übertragungsfunktion

MATLAB®

```
[E, f] = spectrogram(anregung, anrWindow, o, N, fs);
```

```
[A, f] = spectrogram(antwort, antWindow, o, N, fs);
```

```
H = A ./ E;
```



Übertragungsfunktion $H(f)$

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

Sx

Sxx

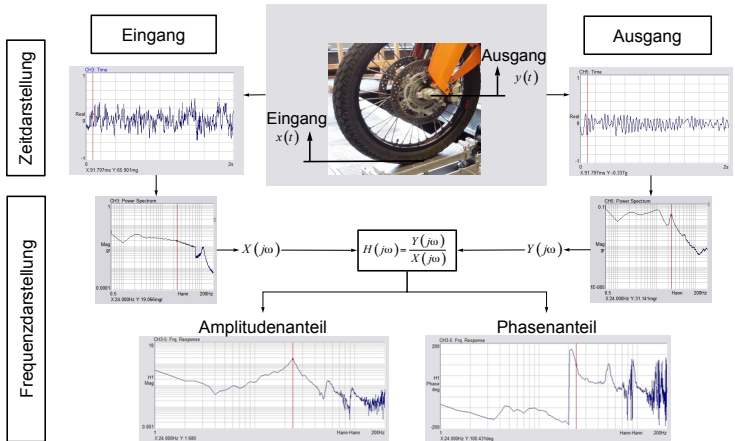
Sxy

Gxx

$H(f)$

γ^2

Mx





Kohärenzfunktion / Kohärenzspektrum γ^2

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

Sx

Sxx

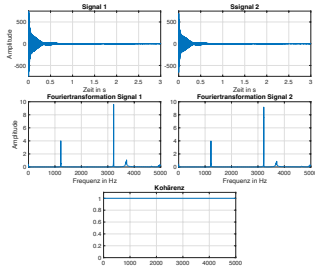
Sxy

Gxx

H(f)

γ^2

Mx



- Kohärenzfunktion stellt qualitativ die Ähnlichkeit von Signalen dar
- Normierung des Kreuzleistungsspektrums
- $$\gamma^2(f) = \frac{|S_{XY}(f)|^2}{S_{XX}(f) \cdot S_{YY}(f)} = \frac{|\underline{X}(f) \cdot \underline{Y}(f)^*|^2}{\underline{X}(f) \cdot \underline{X}(f)^* \cdot \underline{Y}(f) \cdot \underline{Y}(f)^*}$$
- MATLAB®: `coh = Sxy.^2 ./ (abs(s1/N) * conj(s1/N)) .* abs(s2/N) * conj(s2/N));`
- Wertebereich 0 bis 1 bzw. 0 bis 100 %
- 0 keine Ähnlichkeit ... 1 volle Ähnlichkeit
- Werte ab 0.75 weisen auf sehr gute Ähnlichkeiten hin



Modulationsanalyse Mx

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

Sx

Sxx

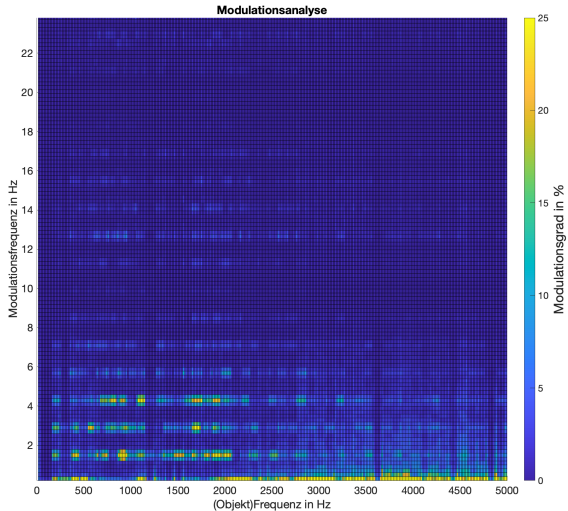
Sxy

Gxx

H(f)

γ^2

Mx



Armin Rohnen

Signalanalyse mit MATLAB®

Das Spektrum an Spektren



Modulationsanalyse Modulationsfrequenz über Trägerfrequenz

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

Sx

Sxx

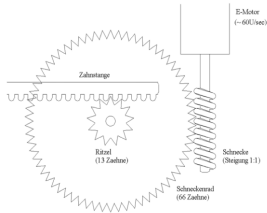
Sxy

Gxx

H(f)

γ^2

Mx



- Motor Nennwert 5400 min^{-1} , Drehfrequenz 90 Hz (unter Last geringer), Anker, Kommutierung (Stromwendung)
- Wellendrehfrequenz 90 Hz
- Schneckenrad 60 Zähne, Drehfrequenz 1, 5 Hz
- Ritzel 13 Zähne, Drehfrequenz 1, 5 Hz, Zahneingriffsfrequenz 19, 5 Hz
- Auffälligkeiten im Modulationsspektrum
1, 4 Hz; 2, 8 Hz; und 4, 2 Hz als Modulationsfrequenz
912 Hz, Trägerfrequenz (Objektfrequenz), Faktor 10 zur Motornennfrequenz
- Moduliert wird eine das Motorgeräusch bestimmende Frequenz mit $f \approx 1, 5 \text{ Hz}$ und deren Vielfache
- Problem bei Schneckenrad oder Ritzel



Modulationsanalyse Modulationsfrequenz über Trägerfrequenz

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

Sx

Sxx

Sxy

Gxx

H(f)

γ^2

Mx

MATLAB®

- Betrags-Spektrogramm erstellen mit nicht zu kleinem Δf

```
df = 16;  
N = ceil(fs/df);  
w = hann(N);  
FM = sum(w)/N;  
O = ceil(2/3 * N);  
[s, f, t] = spectrogram(data, w, O, N, fs);  
Sx = 2 * abs(s/N)/FM;
```
- Frequenzbereich begrenzen

```
fO = 5000;  
XiO = ceil(fO/df) + 1; % Index der oberen Analysefrequenz
```
- Je Frequenzline einen Pegelverlauf über die Zeit bilden - Frequenzschnitt (Beispiel bei $f = 704$ Hz)

```
fAnsicht = 704;  
linie = ceil(fAnsicht/df) + 1; % Linien-Index bestimmen  
Amplituden = sqrt(sum(Sx(linie - 1 : linie + 2, :).^2)); % Frequenzschnitt  
forxi = 3 : length(Amplituden) - 2  
    AmpMittel(xi) = rms(Amplituden(1, xi - 2 : xi + 2));  
end  
AmpMittel = AmpMittel(1, 3 : end); % ersten beiden Werte haben den Betrag o  
Gleichanteil = mean(AmpMittel); % Gleichanteil für die Berechnung des Modulationsgrades  
AmpMittel = AmpMittel - Gleichanteil; % Gleichanteil abziehen
```



Modulationsanalyse Modulationsfrequenz über Trägerfrequenz

Das Spektrum
an Spektren

Armin Rohnen

Sx

Sxx

Sxy

Gxx

H(f)

γ^2

Mx

- Gemittelttes Betrags-Spektrum für die Frequenzlinie erstellen
`dfMod = 0.2; % Frequenzauflösung der Modulationsanalyse`
`fsMod = length(AmpMittel) / (t(1, end - 2) - t(3)); % Abtastrate der Modulationsanalyse`
`NMod = ceil(fsMod / dfMod); % Linienanzahl der Modulationsanalyse`
`OMod = ceil(2/3 * NMod); % Überlappung`
`wMod = hann(NMod); % Fensterfunktion der Modulationsanalyse`
`FMMMod = sum(wMod) / NMod; % Fenstermittelwert`
`[sMod, fMod] = spectrogram(AmpMittel, wMod, OMod, NMod, fsMod);`
- Modulationsgrad berechnen und im Modulationspektrogramm ablegen
`SxMod = mean(2 * abs(sMod / NMod) / FMMMod, 2);`
`ModSpektrum(:, linie) = SxMod / Gleichanteil * 100;`



Ordnungsanalyse

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT

- Anwendung für Drehfrequenzen und deren Vielfache
- Analyse von Systemen mit rotatorischen Ursprung
- Signalanalyse mit drehwinkeläquidistanten Messwerten
- Mitlauf-Filter, Bandpass-Filter mit veränderlicher Mittenfrequenz
überalterte Technik, digital wenig Umsetzungen
- Üblich Transformation oder Betrachtung von Frequenzspektren
- Problematisch
 - hohe Frequenzauflösung bei gleichzeitig hoher Teitauflösung nicht möglich
 - Betrachtungsfrequenz abhängig von aktueller Drehfrequenz
 - Drehfrequenzänderung und/oder -schwankung
- Selten umgesetzt Transformation aus der Zeitäquidistanz in die Drehwinkeläquidistanz



Ordnungsanalyse - was ist Ordnung

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

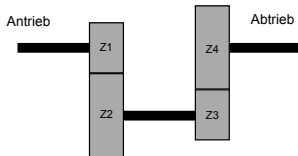
Ordertracking
OT

11,2. Ordnung ?



Ordnungsliste

Bezogen auf die Antriebsdrehzahl (Beispiel 1600 min^{-1})



Zahnrad	Z1	Z2	Z3	Z4
Nr. Zähne	24	45	21	43

1. Ordnung (Drehfrequenz im Beispiel $26,67 \text{ Hz}$)
-> Unwucht Antriebswelle

24. Ordnung
(Zähnezahl Antriebsrad, 24fache Drehfrequenz i.B. 640 Hz)
-> Verzahnungsordnung

0,533. Ordnung (Drehfrequenz Zwischenwelle i.B. $14,2 \text{ Hz}$)
-> Unwucht / Exzentrizität der Zwischenwelle

11,2. Ordnung
(Drehfrequenz Zwischenwelle \cdot Zähnezahl i.B. $298,67 \text{ Hz}$)
-> Verzahnungsordnung der 2. Getriebestufe

0,26. Ordnung (Drehfrequenz Abtriebswelle i.B. $6,9 \text{ Hz}$)
-> Unwucht / Exzentrizität Abtriebswelle



Ordnungsanalyse

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

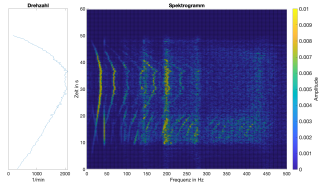
Ordnungsanalyse

Drehzahl

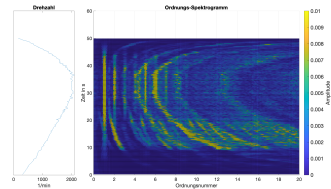
Sx nach Ox

Ordertracking
OT

Frequenzanalyse



$$S_x \cdot \frac{1}{n} = O_x$$



Ordnungsanalyse



Drehzahl

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

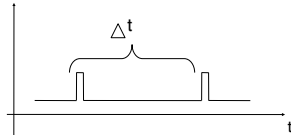
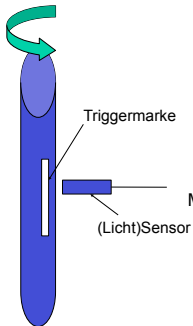
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT



Messung der Periodenzeit zwischen zwei Impulsen

$$(\text{Drehfrequenz}) f = \text{Impulsanzahl} / \text{Periodenzeit}$$



Drehzahl

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

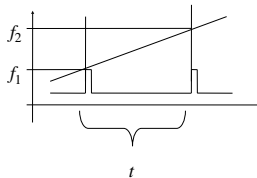
Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT

Instationär (mit Drehzahlveränderung)

$$f_2 = f_1 + \frac{df}{dt}$$





Drehzahl

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

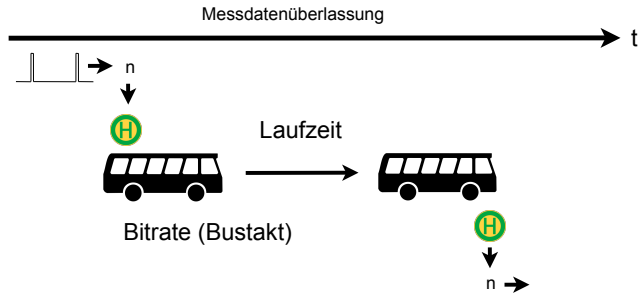
Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT

Drehzahlerfassung Bus-Systeme (z. B. CAN-Bus)





Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

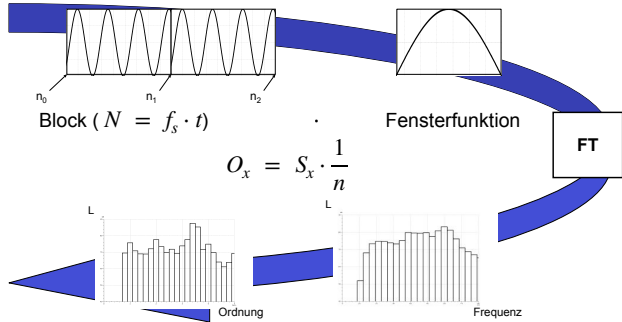
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT





Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

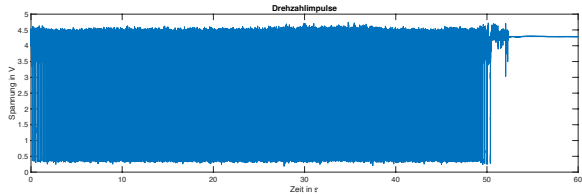
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

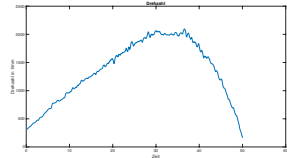
Sx nach Ox

Ordertracking
OT



Benötigt werden

- Zeitpunkte der Impulse
- Periodendauer von Impuls zu Impuls
- Drehzahlverlauf über die Zeit





Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

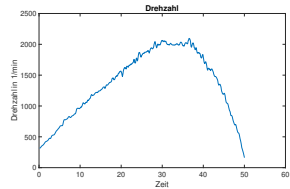
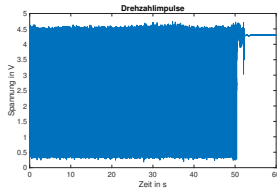
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT



- Drehzahlberechnung

```
[pulse, nTime] = pulseperiod(Data(:, 2), fs, StateLevels = [2 3]);  
for xi = 1 : length(pulse)  
    n(xi, 1) = 60/pulse(xi, 1);  
end
```
- pulse - Periodendauer zwischen zwei Impulsmarken
- nTime - zugehöriger Zeitstempel (Anfangszeitpunkt)
- n - Drehzahlen



Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

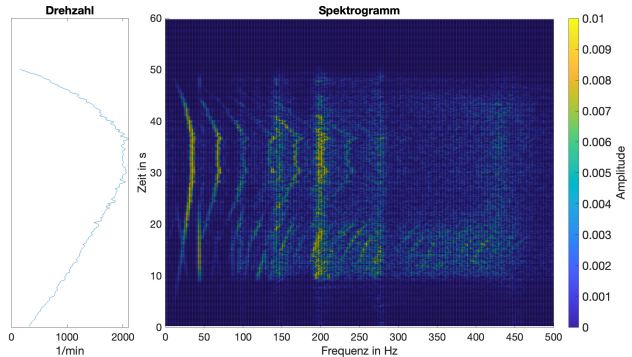
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT





Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT

```
df = 2;  
N = ceil(fs/df);  
O = ceil(2/3 * N);  
w = hann(N);  
FM = sum(w)/N;  
  
subplot(1, 4, [2, 4])  
[s, f, t] = spectrogram(Data(:, 1), w, O, N, fs);  
Sxx = 2 * abs(s/N)/FM;  
surf(f, t, Sxx');  
cb = colorbar;  
caxis([00.01])  
axis([0 500 0 60 00.1])  
view(0, 90)  
title('Spektrogramm')  
xlabel('Frequenz in Hz')  
ylabel('Zeit in s')  
set(gca, 'FontSize', 16);  
cb.Label.String = 'Amplitude';  
cb.FontSize = 18;  
  
subplot(1, 4, 1)  
plot(n, nTime)  
set(gca, 'FontSize', 16)  
set(gca, 'ytick', [])  
title('Drehzahl')  
xlabel('1/min')
```




Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

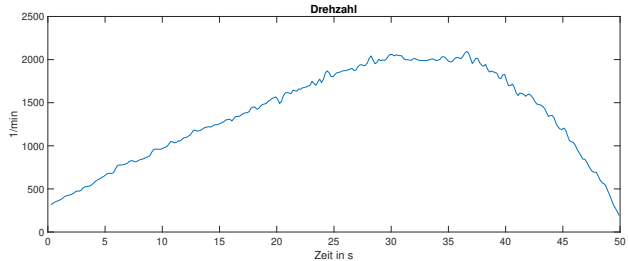
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT



Für die Berechnung des Ordnungsspektrums aus dem Frequenz-Spektrogramm wird für jedes Spektrum eine gültige Drehzahl benötigt. Dazu wird der Vektor mit den Drehzahlen (n) auf die Zeitachse t uminterpoliert.

$$nSpek = interp1(nTime, n, t);$$



Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

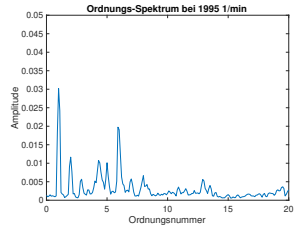
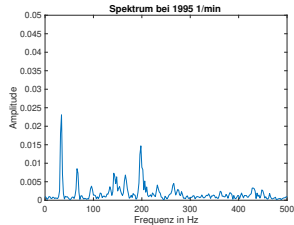
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT



Jedes einzelne Frequenzspektrum wird in ein Ordnungsspektrum umgerechnet



Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT

```
maxOrd = 20; % maximale Ordnungsnummer für die Umrechnung
dOrd = 0.1; % Ordnungsauflösung
Seitenbaender = 1; % Berechnung mit +/- Frequenzlinien

for spekNr = 1 : length(nSpek) - Seitenbaender
    if nSpek(1, spekNr + Seitenbaender) > 0
        oLinie = 0;
        for xi = 0 : dOrd : maxOrd
            oLinie = oLinie + 1;
            fOrd = xi * nSpek(1, spekNr)/60;
            % Bestimmung der der Ordnungsnummer zugehörigen Frequenz
            % aus der dem Spektrum zugehörigen Drehzahl
            fLinie = round(fOrd/df) + 1; % Berechnung der Liniennummer
            Amplitude = 0;

            if fLinie > Seitenbaender
                for linienNr = fLinie - Seitenbaender : fLinie + Seitenbaender
                    Amplitude = Amplitude + Sxx(linienNr, spekNr) ^ 2;
                end
            else
                for linienNr = fLinie : fLinie + Seitenbaender
                    Amplitude = Amplitude + Sxx(linienNr, spekNr) ^ 2;
                end
            end
            Oxx(oLinie, spekNr) = sqrt(Amplitude);
        end
    end
end
```



Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

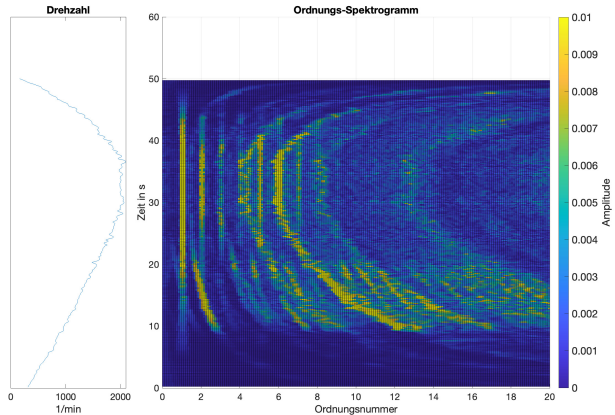
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT





Ordertracking OT

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT

Ordertracking ist eine Fouriertransformation von Messdaten welche aus der Zeitäquidistanz in die Drehwinkeläquidistanz gebracht wurden

```
maxOrd = 20; % maximale Ordnungsnummer für die Umrechnung  
dOrd = 0.1; % Ordnungsauflösung
```

Aus der Bedingung, dass $f_{max} = f_s/2$ ist folgt für die Übertragung in das Ordertracking $O_{max} = O_s/2$

```
Os = ceil(2 * maxOrd + 1); % der Wert muss ganzzahlig sein
```

die Linienzahl berechnet sich analog zur FT

```
NOrd = ceil(Os / dOrd); % Linienanzahl für die OT  
O = ceil(2/3 * NOrd); % Überlappung  
wOrd = hann(NOrd); % Fenster
```

```
OFM = sum(wOrd) / NOrd; % Fenstermittelwert
```



Ordertracking OT

Ordnungsanalyse (Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking OT

Es liegen die Zeitstempel der Drehzahlimpulse vor. Je Umdrehung ein Impuls. Dies muss auf O_s Zeitstempel je Umdrehung erhöht werden. Basierend darauf werden danach die Messwerte interpoliert.

```
pos = 1;
for xi = 1 : length(nTime) - 1;
    OTTime(pos, 1) = nTime(xi);
    pos = pos + 1;
    delta = (nTime(xi + 1) - nTime(xi)) / Os;
    for xi2 = 1 : Os - 1
        OTTime(pos, 1) = OTTime(pos - 1, 1) + delta;
        pos = pos + 1;
    end
end
OTTime(end + 1, 1) = nTime(end);

F = griddedInterpolant(Time, Data(:, 1));
F.Method = 'spline';
OTData = F(OTTime);
```



Ordertracking OT

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT

Das eigentliche Ordertracking

```
[s, Ord, U] = spectrogram(OTData, wOrd, O, NOrd, Os);  
Oxx = 2 * abs(s/NOrd)/OFM;  
[Linien, Speks] = size(Oxx);
```

In U ist die Anzahl an Umdrehungen seit Analysestart enthalten. Mmit der Abtaste multipliziert ergibt dies den Messwertindex seit Analysebeginn, worüber aus OTTime die tatsächliche Zeit bestimmt werden kann.

Es gilt $Index = U(\xi) \cdot O_s$

```
for xi = 1 : Speks  
    tOrd(xi) = OTTime(ceil(U(xi) * Os));  
  
end
```



Transformation aus Frequenzspektrum

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

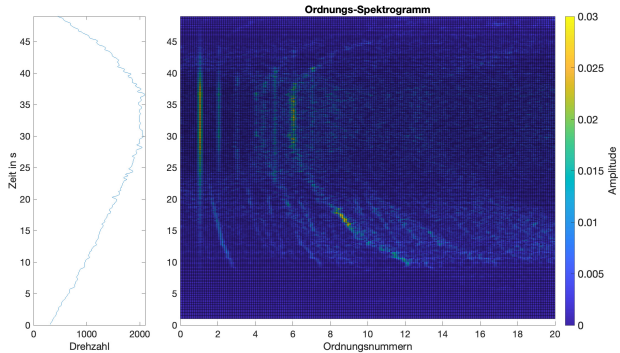
Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT





Ordertracking OT

Ordnungsanalyse
(Ordertracking)

Armin Rohnen

Ordnungsanalyse

Drehzahl

Sx nach Ox

Ordertracking
OT

```
subplot(1, 4, [2, 4])  
surf(Ord, tOrd, Oxx');  
cb = colorbar;  
caxis([0 0.03])  
axis([0 20 0 tOrd(end) 0 0.05])  
view(0, 90)  
title('Ordnungs — Spektrogramm')  
xlabel('Ordnungsnummern')  
set(gca, 'FontSize', 16);  
cb.Label.String = 'Amplitude';  
cb.FontSize = 18;
```

```
subplot(1, 4, 1)  
plot(n, nTime);  
axis([0 2100 0 tOrd(end)])  
set(gca, 'FontSize', 16)  
ylabel('Zeit in s')  
xlabel('Drehzahl')
```



Literatur und Quellen

Literatur und
Quellen

Armin Rohnen

- ① DIN EN ISO 266:1997-08 Akustik - Normfrequenzen
- ② DIN 1311:2000-1, Schwingungen und schwingungsfähige Systeme
- ③ DIN 45662:1996-12 Schwingungsmesseinrichtung - Allgemeine Anforderungen und Begriffe
- ④ DIN EN 61260:2003-03 Elektroakustik - Bandfilter für Oktaven und Bruchteile von Oktaven
- ⑤ Möser, M. (Hrsg): Messtechnik der Akustik, Springer-Verlag, Berlin (2010)
- ⑥ Zollner, M.: Frequenzanalyse, Autoren-Selbstverlag, Regensburg (1999)
- ⑦ Kolerus, J., Wassermann, J.: Zustandsüberwachung von Maschinen, expert verlag GmbH, Renningen (2017)
- ⑧ Karl Dirk Kammeyer: Digitale Signalverarbeitung, 6. Auflage, Teubner, 2006, ISBN 3-8351-0072-6.
- ⑨ Jenne, S., Pöttner, K., Zenner, H.: Zählverfahren und Lastannahme in der Betriebsfestigkeit, Springer, Heidelberg, (2012)
- ⑩ Thomas Kuttner, Armin Rohnen: Praxis der Schwingungsmessung, Messtechnik und Signalanalyse mit MATLAB®, 2. Auflage, Springer Vieweg, Wiesbaden (2019)